



T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**KONUM VE HIZ ALGILAYICI TERS
SARKACIN MODELLENMESİ VE GERİ
BESLEME KONTROLÜ ÜZERİNE BİR
UYGULUMA**

Ümit SÖYLEMEZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Dedektör ve Sensör Teknolojileri Anabilim Dalı

HAZİRAN-2025
MUŞ
Her Hakkı Saklıdır



T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

KONUM VE HIZ ALGILAYICI TERS
SARKACIN MODELLENMESİ VE GERİ
BESLEME KONTROLÜ ÜZERİNE BİR
UYGULAMA

Ümit SÖYLEMEZ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Dedektör ve Sensör Teknolojileri Anabilim Dalı

Danışman: Doç.Dr. İshak ERTUĞRUL

Jüri Üyesi: Doç.Dr. Üyesi Osman ÜLKİR

Jüri Üyesi: Dr. Öğr.Üyesi Ebuzer AYGÜL

HAZİRAN-2025
MUŞ
Her Hakkı Saklıdır

ÖZET

YÜKSEK LİSANS

KONUM VE HIZ ALGILAYICI TERS SARKACIN MODELLENMESİ VE GERİ BESLEME KONTROLÜ ÜZERİNE BİR UYGULAMA

Ümit SÖYLEMEZ

Muş Alparslan Üniversitesi
Fen Bilimleri Enstitüsü
Dedektör ve Sensör Teknolojileri Anabilim Dalı

Danışman: Doç.Dr. İshak ERTUĞRUL

Bu çalışmada, ters sarkaç sisteminin konum ve hız algılayıcılar kullanılarak modellenmesi ve geri besleme kontrolü üzerine bir uygulama gerçekleştirilmiştir. Ters sarkaç, kontrol mühendisliğinde kararsızlığı ve doğrusal olmayan dinamikleri nedeniyle temel bir referans problemi olarak kabul edilmektedir. Çalışmanın amacı, bu sistemin Matlab-Simulink ve Comsol Multifizik yazılımları entegre edilerek modellenmesi ve PID (Oransal-İntegral-Türev) kontrolörü ile dengelenmesidir.

Araştırmada öncelikle ters sarkaç sisteminin matematiksel modeli Newton-Euler ve Lagrange yöntemleri kullanılarak türetilmiş ve lineerleştirilmiş denklemler elde edilmiştir. Sistemin fiziksel modeli, Comsol Multifizik ortamında katı mekanik prensipleri dikkate alınarak oluşturulmuş ve Simulink ile gerçek zamanlı haberleşme sağlanmıştır. PID kontrolörünün performansı, farklı başlangıç koşulları ve pertürbasyon senaryoları altında test edilmiştir.

Simülasyon sonuçları, PID kontrolörünün sistemin açısal sapmasını, araba konumunu ve hızını başarılı bir şekilde stabilize ettiğini göstermiştir. Açısal sapma, 5 saniye içinde sifira yakınsarken, araba konumu 4 saniyede referans noktasına ulaşmıştır. Kontrol kuvvetinin zamanla değişimi analiz edilmiş ve sistemin kararlı durumda minimum enerji ile dengelendiği gözlemlenmiştir. Elde edilen bulgular, PID kontrolörünün ters sarkaç gibi kararsız sistemlerde etkili bir kontrol stratejisi sunduğunu ortaya koymuştur.

Çalışma, kontrol mühendisliği alanında ters sarkaç sistemlerinin modellenmesi ve kontrolü için bütünlük bir yaklaşım sunmaktadır. Gelecekteki çalışmalarda, sürtünme ve dış bozucu etkilerin modele dahil edilmesi ve daha gelişmiş kontrol algoritmalarının uygulanması önerilmektedir.

2025,60 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Geri Besleme, Matlab, PID Kontrol, Simulink, Ters Sarkaç

ABSTRACT

THESIS

THE MODELING AND FEEDBACK CONTROL OF AN INVERTED PENDULUM WITH POSITION AND VELOCITY SENSORS AN APPLICATION

Ümit SÖYLEMEZ

Muş Alparslan University
Natural and Applied Science
Department of Detector and Sensor Technologies
Advisor: Assoc. Prof . İshak ERTUĞRUL

This study presents the modeling and feedback control of an inverted pendulum system using position and velocity sensors. The inverted pendulum is widely regarded as a fundamental benchmark problem in control engineering due to its inherent instability and nonlinear dynamics. The objective of this research is to model the system through the integration of Matlab-Simulink and Comsol Multiphysics and stabilize it using a Proportional-Integral-Derivative (PID) controller.

The mathematical model of the inverted pendulum system was derived using Newton-Euler and Lagrange methods, and linearized equations were obtained. The physical model was developed in Comsol Multiphysics based on solid mechanics principles, and real-time communication with Simulink was established. The performance of the PID controller was evaluated under different initial conditions and perturbation scenarios.

Simulation results demonstrated that the PID controller successfully stabilized the system's angular displacement, cart position, and velocity. The angular deviation converged to zero within 5 seconds, while the cart position reached the reference point in 4 seconds. The time-dependent behavior of the control force was analyzed, confirming that the system achieved equilibrium with minimal energy consumption in steady state. The findings indicate that the PID controller provides an effective control strategy for unstable systems such as the inverted pendulum.

This study offers an integrated approach to the modeling and control of inverted pendulum systems in the field of control engineering. Future work may include incorporating friction and external disturbances into the model and implementing advanced control algorithms for further optimization.

2025,60 Pages

Keywords: Feedback, Inverted Pendulum, Matlab, PID Control, Simulink

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışması, yüksek lisans eğitimim süresince edindiğim akademik bilgi ve birikimin somut bir ürünü olarak ortaya çıkmıőtır. Çalışma süreci boyunca karőılaőtıđım zorluklar kadar, elde ettiğim kazanımlar da bu sürecin değerini artırmıştır. Bu nedenle, katkı sunanlara teőekkürlerimi sunmayı bir borç bilirim.

Tezimin her aşamasında bilimsel rehberliği, yönlendirmeleri ve sabrıyla yolumu aydınlatan değerli danışman hocam Doç. Dr. İőhak ERTUĞRUL'a en içten teőekkürlerimi sunarım. Kendisinin bilgi ve deneyimleri, çalışmanın bilimsel yönden olgunlaőmasına büyük katkı sağlamıştır.

Ayrıca, bu süreci her zaman destekleyen, akademik geliőimimi önemseyerek bana güven duyan, Doç. Dr. Osman LKİR'e őukranlarımı sunarım. Sağladığı akademik ortam ve teővik edici yaklaşımı, çalıőmamın başarıyla tamamlanmasında önemli rol oynamıştır.

Hayatımın her döneminde olduğu gibi bu tez sürecinde de manevi desteğini hiçbir zaman esirgemeyen, sabır ve anlayıőla yanımda olan sevgili aileme, ocuklarım Ahmet ve Eren Ammar'a sonsuz teşekkür ederim.

Program ve analiz destekleri için Kaunas Teknoloji Üniversitesi, Matematik ve Doğa Bilimleri Fakültesi personellerine ve Dr. Yasin HAMARAT'a teşekkür ederim.

Bu çalışmanın ortaya çıkmasında katkısı olan herkese teşekkür eder, bilim dünyasına fayda sağlamasını temenni ederim.

Ümit SÖYLEMEZ
MUŞ-2025

İÇİNDEKİLER

ÖZET	v
ABSTRACT.....	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR.....	x
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ.....	xii
1. GİRİŞ	1
1.1.Ters Sarkaç Sistemlerinin Önemi	1
1.2.Çalışmanın Amacı ve Hedefleri.....	3
1.3.Tezin Yapısı.....	4
2. KAYNAK ARAŞTIRMASI	6
2.1 Ters Sarkaç Sisteminde Kararsızlık	7
2.2 Ters Sarkaç Sisteminde Geri Besleme ve Algılayıcılar	9
2.3 Kontrol Yöntemleri ve Algoritmalar	11
2.4 Sistem Modelleme Yaklaşımları.....	13
3. MATERYAL ve YÖNTEM	16
3.1 Ters Sarkaç Sistemi Matematiksel Modeli	16
3.1.1 Newton-Euler Yaklaşımı ile Türetimi	16
3.1.2 Lagrange Denklemleri ile Türetim	17
3.1.3 Lineerleştirilmiş Model (Küçük Açılı Yaklaşımı)	18
3.2 PID ile Kontrol Yöntemi.....	18
3.3 Comsol Multifizik ile Modelleme.....	21
3.3.1 Comsol Multifizik ile Yapısal Modelleme	21
3.3.2 Sistemin Geometrik Tasarımı	23
3.3.3 Sistemin Fiziksel Özellikleri.....	24
3.4 Matlab-Simulink ile Modelleme	25
3.4.1 Dinamik Modelin Matematiksel Temelleri.....	25
3.4.2 Simulink Modelinin Geliştirilmesi	26
3.5 Comsol-Simulink LiveLink Haberleşmesi	29
3.5.1 Comsol Modelinin Oluşturulması.....	29
3.5.2 Haberleşme ve Simülasyon Senaryosu	30
4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA	32
4.1 Simülasyon Parametreleri ve Koşulları	32
4.2 Simülasyon Sonuçları ve Analiz.....	33
4.2.1 Açısal Analiz Sonuçları	33

4.2.2 Araba Konum Analiz Sonuçları.....	35
4.2.3 Hız Analiz Sonuçları.....	36
4.2.4 Kontrol Kuvveti Analiz Sonuçları	38
4.3 Tartışma	40
5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER.....	42
5.1 Sonuçlar	42
5.2 Öneriler	43
ÖZGEÇMİŞ	48



SİMGELER ve KISALTMALAR

Simgeler

l₀: Sarkacın uzunluğu

w₀: Sarkacın genişliği

ρ: Malzeme yoğunluğu

M: Taban/Araba kütlesi

J: Sarkacın atalet momenti

I_z: Rijit Malzeme için Atalet Momenti

E: Lineer Elastik Malzeme için Elastisite Modülü

v: Lineer Elastik Malzeme için Poisson Oranı

F₀: Kontrol Kuvveti

F₁: Bozucu Kuvvet

u: Kontrol sinyali veya sisteme uygulanan giriş sinyali

K: Durum Geri Besleme

x: Sistemin durum vektörü

K_p: PID kontrol algoritmasının Oransal (P) bileşeninin kazancı

K_i: PID kontrol algoritmasının İntegral (I) bileşeninin kazancı

K_d: PID kontrol algoritmasının Türevsel (D) bileşeninin kazancı

g: Yerçekimi ivmesi

Kısaltmalar

LQR: Lineer Kuadratik Regülatör (Linear Quadratic Regulator) kontrol yöntemi

SMC: Kayma Kipli Kontrol (Sliding Mode Control) yöntemi

ADRC: Aktif Bozucu Reddetme Kontrolü (Active Disturbance Rejection Control) yöntemi

MPC: Model Tahminli Kontrol (Model Predictive Control) yöntemi

RIP: Döner Ters Sarkaç (Rotary Inverted Pendulum) sistemi konfigürasyonu

AI: Yapay Zekâ (Artificial Intelligence)

ANN: Yapay Sinir Ağları (Artificial Neural Networks)

RBF: Radyal Temel Fonksiyon (Sinir Ağı tipi)

YSA: Yapay Sinir Ağları (kontrol yöntemi veya modelleme için)

NARMAX: Doğrusal Olmayan Otokorelasyonel Hareketli Ortalama Eksogen Giriş Modeli (Nonlinear Autoregressive Moving Average with Exogenous Input) (sistem tanımlama yöntemi)

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1:Sistemin Geometrik Yapısı	24
Şekil 2:Ters Sarkaç Sistemin Simulink gösterimi.	28
Şekil 3:Ters Sarkaç Sisteminin Açısal sapma analizi.....	34
Şekil 4:Araba konumunun zamana bağlı değişimi.....	35
Şekil 5:Sistemin Hız-Zaman grafiği.	37
Şekil 6:Sistemin Kuvvet- Zaman grafiği.....	39



ÇİZELGELER DİZİNİ

Çizelge 1:Paslanmaz Çelik Fiziksel özellikleri	25
Çizelge 2:Parametreler ve Özellikleri.....	26



1. GİRİŞ

1.1. Ters Sarkaç Sistemlerinin Önemi

Ters sarkaç sistemi, kontrol mühendisliği ve dinamik sistemler alanında gerek eğitimsel gerekse araştırma amaçlı çalışmalarda en çok tercih edilen, karakteristik bir referans problem olarak literatürde geniş yer bulmuştur. Bu sistemin bu denli önemli görülmesinin temel nedeni, içerdiği yapısal zorlukların ve kontrol gereksinimlerinin, modern kontrol teorisinin temel problemlerini doğrudan temsil etmesidir. Özellikle kararsızlık, doğrusal olmama, eksik tahrik (underactuation) ve bozuculara karşı duyarlılık gibi çeşitli dinamik zorluklar, ters sarkaç sistemini teorik ve uygulamalı çalışmalar için vazgeçilmez kılmaktadır. (Irfan ve ark., 2024; Sanin-Villa ve ark., 2024; Zaborniak ve ark., 2024)

Ters sarkaç sisteminin temel özelliği, doğal dengesinin istikrarsız bir noktada yer almasıdır. Yani, sistemin kendi haline bırakıldığında denge konumunda kalması mümkün değildir. Bu bağlamda sistemin denge pozisyonu, yalnızca dış bir kontrol girdisi ile sürdürülebilir. Bu durum, sistemin inherently unstable (doğası gereği kararsız) olması olarak adlandırılmakta ve bu özellik, kontrol mühendisliğinde kararlılık analizi ve dengeleme stratejilerinin test edilmesi açısından son derece kritik bir araştırma problemi sunmaktadır. (Hazem ve Bingül, 2023)

Ters sarkaç, dinamik yapısı itibarıyla yüksek derecede doğrusal olmayan sistemler arasında yer almaktadır. Bu doğrusal olmama özelliği, özellikle denge noktası etrafından uzaklaşıldığında daha belirgin hale gelir ve sistemin davranışı doğrusal sistem varsayımları altında analiz edilemeyecek kadar karmaşıklaşır. Bu bağlamda ters sarkaç sistemleri, doğrusal olmayan kontrol tekniklerinin (örneğin, kayma kipli kontrol, geri adımlamalı kontrol, bulanık kontrol) etkinliğini test etmek için ideal bir ortam sunmaktadır. Dolayısıyla ters sarkaç, yalnızca doğrusal kontrol tekniklerinin sınırlarını göstermekle kalmaz; aynı zamanda doğrusal olmayan sistem teorilerinin de geçerliliğini değerlendirmek için deneysel bir laboratuvar görevi görmektedir. (Israilov ve ark., 2023; Zaborniak ve ark., 2024)

Ek olarak, birçok ters sarkaç konfigürasyonu underactuated system yani eksik tahrikli sistem kategorisinde yer almaktadır. Eksik tahrikli sistemlerde, sistemin sahip olduğu serbestlik derecelerinin sayısı, mevcut kontrol girdilerinden fazladır. Bu durum,

doğrudan kontrol edilemeyen bazı durum değişkenlerinin, dolaylı yollarla (örneğin sistemin iç dinamiklerinden faydalanarak) kontrol edilmesini gerektirir. Ters sarkaçta bu durum, genellikle sarkaç açısının doğrudan değil, taban hareketi üzerinden dolaylı olarak kontrol edilmesi ile kendini göstermektedir. Bu tarz yapıların kontrol edilmesi, kontrol mühendisliği açısından daha karmaşık çözümler gerektirdiğinden, araştırmacılara ileri düzey algoritmalar geliştirme ve test etme olanağı sunmaktadır.(Irfan ve ark., 2024)

Ters sarkaç sisteminin bir diğer önemli yönü, çeşitli gerçek dünya mühendislik sistemlerinin dinamik davranışlarını temsil edebilmesidir. Örneğin, insan postural kontrol mekanizmaları (ayakta durma dengesi), yürüyen robotlar (bipedal robots), uzay araçlarının duruş kontrolü, insansız hava araçları ve kişisel taşıyıcı sistemler (örneğin Segway) gibi birçok sistemin kontrol problemi, ters sarkaç sistemindeki temel ilkelerle benzerlik göstermektedir. Bu bağlamda, ters sarkaç yalnızca teorik bir model değil; aynı zamanda birçok pratik uygulamanın temelini oluşturan dinamik bir temsilci görevindedir.(Sanin-Villa ve ark., 2024)

Literatürde , ters sarkaç sistemi üzerine yapılan çalışmalar oldukça çeşitlidir ve bu çalışmalar; klasik kontrol yöntemleri (örneğin PID, PD, PI), modern kontrol teknikleri (örneğin LQR, durum uzayında tam durum geri besleme), ileri kontrol stratejileri (örneğin model tahminli kontrol, kayma modlu kontrol, adaptif kontrol) ve yapay zekâ tabanlı yaklaşımlar (örneğin yapay sinir ağları, bulanık mantık sistemleri) gibi çok çeşitli tekniklerin etkinliğini karşılaştırmak için sistematik bir test ortamı olarak ters sarkaçtan yararlanıldığını göstermektedir. Ayrıca, gözlemci tasarımı, bozucu reddetme stratejileri, zaman gecikmesi telafisi, sistem tanımlama ve model indirgeme gibi alt disiplinlerde yapılan deneysel ve simülasyon tabanlı çalışmalar da genellikle ters sarkaç sistemi üzerinden yürütülmektedir.(Israilov ve ark., 2023)

Eğitim açısından değerlendirildiğinde, ters sarkaç sistemleri, üniversitelerde kontrol mühendisliği, mekatronik ve robotik gibi disiplinlerde öğrenim gören öğrenciler için uygulamalı bir öğretim aracı işlevi görmektedir. Öğrencilerin teorik bilgilerini pratiğe dökülebilmelerine olanak tanıyan bu sistemler hem fiziksel deney setleri hem de Matlab ve Comsol gibi simülasyon araçları üzerinden kontrol eğitimi için didaktik bir platform sunmaktadır.

Sonuç olarak, ters sarkaç sistemleri, kontrol mühendisliğinin teorik temellerinin anlaşılması, yeni kontrol algoritmalarının geliştirilmesi, sistem modelleme tekniklerinin doğrulanması ve gerçek dünya uygulamalarının simüle edilmesi açısından çok yönlü bir araştırma ve eğitim platformudur. Barındırdığı kararsızlık, doğrusal olmama, eksik tahrik

ve çevresel bozuculara duyarlılık gibi özellikleri ile kontrol problemlerinin merkezinde yer alan bu sistem hem akademik hem de endüstriyel çalışmalarda kritik bir rol oynamaktadır.

1.2.Çalışmanın Amacı ve Hedefleri

Bu tez çalışmasının temel amacı, Matlab-Simulink ve Comsol Multifizik yazılımlarını entegre ederek ters sarkaç sisteminin kontrolünü gerçekleştirmektir. Ters sarkaç, kontrol sistemleri tasarımında klasik bir örnek teşkil eder ve doğrusal olmayan sistemlerin kararlılık analizi ile kontrol stratejilerinin geliştirilmesi için önemli bir araçtır. Bu çalışma, fiziksel modelleme ve kontrol sistemi tasarımı için iki farklı yazılım platformunun bir arada kullanılmasını amaçlamaktadır. Bu entegrasyon hem akademik hem de endüstriyel bağlamda karmaşık dinamik sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için yenilikçi bir yaklaşım sunmayı hedeflemektedir.

Çalışmanın spesifik hedefleri şu şekilde sıralanabilir:

Fiziksel Model Oluşturma: Comsol Multifizik kullanılarak ters sarkaç sisteminin detaylı bir fiziksel modeli geliştirilecektir. Bu model, sarkaç kolunun geometrik özelliklerini, malzeme seçimini (yapısal çelik) ve hareket dinamiğini (kütle, yerçekimi, uygulanan kuvvetler) kapsayacak şekilde tasarlanacaktır. Model, 2D rijit bir yapı olarak tanımlanacak ve katı mekanik prensipleri kullanılarak dinamik davranışları simüle edilecektir.

Kontrol Sistemi Tasarımı: Matlab-Simulink ortamında PID (Orantılı-Tümleşik-Türev) kontrolörler kullanılarak ters sarkaç sisteminin kararlılığını sağlayacak bir kontrol sistemi tasarlanacaktır. Kontrol sistemi, sarkaç kolunun dikey konumda (sıfır açısında) kalmasını ve arabanın sabit bir konumda tutulmasını hedefleyecektir. Kontrolörler, sistem üzerindeki dış pertürbasyonları telafi ederek sistemin kararlılığını sağlayacaktır.

Kosimülasyon Yöntemi ile Entegrasyon: Comsol Multifizik ve Matlab-Simulink arasında LiveLink™ for Simulink® kullanılarak kosimülasyon tekniği uygulanacaktır. Bu entegrasyon, Comsol'daki fiziksel modelin Simulink' teki kontrol sistemiyle gerçek zamanlı olarak iletişim kurmasını sağlayarak sistem davranışının daha gerçekçi ve doğru bir şekilde analiz edilmesini mümkün kılacaktır. Kosimülasyon, giriş (kontrol ve pertürbasyon kuvvetleri) ve çıkış (sarkaç açısı, araba konumu ve hızı) parametrelerinin dinamik etkileşimini simüle edecektir.

Performans Değerlendirmesi: Geliştirilen kontrol sisteminin farklı başlangıç koşulları ve dış etkiler altındaki performansı değerlendirilecektir. Bu değerlendirme,

kontrol stratejisinin etkinliğini, sistemin kararlılık sınırlarını ve PID kontrolör parametrelerinin optimizasyonunu belirlemek için kullanılacaktır. Performans analizi, sistemin denge durumuna (sarkaç açısı, araba konumu ve hızının sıfır olması) ulaşma yeteneğini inceleyecektir.

Sonuçların Analizi ve Tartışması: Simülasyon sonuçları, sarkaç kolunun açısı, arabanın konumu ve hızı gibi ana parametrelerin zamanla değişimini içerecektir. Bu sonuçlar, kontrol sisteminin başarısını göstermek, potansiyel geliştirme alanlarını belirlemek ve akademik literatüre katkıda bulunmak amacıyla detaylı bir şekilde analiz edilecektir. Sonuçlar, görselleştirme araçları (örneğin, animasyonlar ve grafikler) kullanılarak sunulacak ve sistemin dinamik davranışları tartışılacaktır.

Bu çalışma, kontrol teorisi ve simülasyon teknikleri alanına katkıda bulunmayı hedeflemektedir. Ters sarkaç gibi karmaşık doğrusal olmayan sistemlerin kontrolünde kosimülasyon yöntemlerinin etkinliğini göstermesi açısından önem taşımaktadır. Ayrıca, öğrenciler ve araştırmacılar için Matlab-Simulink ve Comsol Multifizik gibi iki farklı yazılım platformunun entegrasyonu konusunda pratik bir kılavuz niteliği taşıyacaktır. Çalışma hem teorik hem de uygulamalı bağlamda, kontrol sistemleri tasarımı ve Multifizik simülasyonlarının birleştirilmesi üzerine yeni perspektifler sunmayı ve literatüre katkı sağlamayı amaçlamaktadır.

1.3. Tezin Yapısı

Bu tez çalışması, içeriğin mantıksal bütünlüğünü sağlayacak şekilde altı temel bölümden oluşmaktadır: Giriş, Kaynak Araştırması, Materyal ve Yöntem, Araştırma Sonuçları ve Tartışma, Sonuç ve Öneriler ile Kaynaklar.

Birinci bölüm- Giriş kısmında, ters sarkaç sistemine yönelik temel kavramsal altyapı sunulmuştur. Bu kapsamda, ters sarkaç sistemlerinin kontrol mühendisliği açısından neden önemli bir referans problem olduğu açıklanmış; kararsızlık, doğrusal olmayan ve eksik tahrikli yapı gibi sistemin temel karakteristikleri detaylandırılmıştır. Ayrıca konum ve hız algılayıcılarının sistem kontrolündeki kritik rolü ele alınmış; çalışmanın amacı, kapsamı ve hedefleri net bir biçimde ortaya konmuştur.

İkinci bölüm- Kaynak Araştırması kısmında, ters sarkaç sistemleri üzerine literatürde yapılmış güncel ve nitelikli çalışmalar incelenmiştir. Bu bağlamda, ters sarkaç sistemlerinin farklı konfigürasyonları, kullanılan kontrol teknikleri (PID, LQR, SMC, MPC, yapay zekâ temelli yaklaşımlar vb.), algılayıcı teknolojileri ve matematiksel modelleme yöntemleri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Ayrıca kontrol sistemlerine

entegre edilen sensör teknolojilerinin işlevselliği, performansa etkisi ve sınırlılıkları da literatür bağlamında analiz edilmiştir.

Üçüncü bölüm- Materyal ve Yöntem başlığı altında, bu tez çalışmasında kullanılan donanım ve yazılım araçları, deneysel ve simülasyon ortamları ile sistem modelinin oluşturulma süreci ayrıntılı şekilde açıklanmıştır. Öncelikle ters sarkaç sisteminin fiziksel ve matematiksel modeli detaylandırılmış; ardından modelleme sürecinde kullanılan Matlab/Simulink ve Comsol platformları tanıtılmıştır. Bu bölümde ayrıca, konum ve hız algılayıcılarının modellemede nasıl konumlandırıldığı, sistemin geri besleme yapısı ve kontrol algoritmasının uygulanma biçimi teknik olarak açıklanmıştır.

Dördüncü bölüm- Araştırma Sonuçları ve Tartışma kısmında, geliştirilen kontrol yapılarının simülasyon sonuçlarına yer verilmiştir. Sistem, Simulink ortamında modellenmiş ve farklı kontrol parametreleri altında çalıştırılarak çeşitli senaryolar test edilmiştir. Elde edilen simülasyon çıktıları; kararlılık, yerleşme süresi, aşım oranı, kararlı durum hatası ve kontrol sinyali gibi performans kriterleri açısından değerlendirilmiş; sonuçlar literatürdeki çalışmalarla karşılaştırılarak yorumlanmıştır. Ayrıca algılayıcıların performansa etkisi ve sistem davranışı üzerindeki katkısı da bu bölümde tartışılmıştır.

Beşinci bölüm- Sonuç ve Öneriler, çalışma kapsamında elde edilen bulguların özetlendiği ve genel bir değerlendirme sunulduğu bölümdür. Tezde geliştirilen modelleme ve kontrol stratejilerinin başarısı, çalışma amacına ulaşma düzeyi ve sınırlılıkları ele alınmış; gelecekte yapılabilecek deneysel uygulamalar, donanımsal iyileştirmeler ve daha ileri düzey kontrol tekniklerinin entegrasyonu için öneriler sunulmuştur.

Altıncı ve son bölüm- Kaynaklar kısmında ise tez çalışmasında yararlanılan tüm bilimsel yayınlar, akademik makaleler, kitaplar, tezler ve diğer ilgili literatür, akademik atıf kurallarına uygun olarak listelenmiştir. Bu kaynaklar, çalışmanın bilimsel zemininin güçlendirilmesinde ve ilgili literatürle bağlantısının kurulmasında temel referans niteliği taşımaktadır.

2. KAYNAK ARAŞTIRMASI

Ters sarkaç sistemi, kontrol mühendisliğinde en yaygın kullanılan ve temel bir referans problem (benchmark problem) olarak kabul edilmektedir.(Patete ve ark., 2011; Boubaker, 2013; Öksüz ve ark., 2018) Bu sistemin önemi, yalnızca teorik bir egzersiz olmasından değil, aynı zamanda barındırdığı karmaşık kontrol problemleri nedeniyle uygulamalı çalışmalar için de vazgeçilmez bir araç olmasından kaynaklanmaktadır.

Ters sarkaç, doğası gereği kararsız bir denge noktasına sahiptir ve bu denge genellikle dik konumda bulunur.(Atay, 1999; Wang ve Theory, 2011; Orozco ve ark., 2015) Bu kararsız yapı, sistemin sürekli ve hassas bir kontrol gerektirmesine neden olur.(Hassanzadeh ve Mobayen, 2011) Aynı zamanda sistem, doğrusal olmayan dinamiklere sahiptir ve bu doğrusal olmama özelliği, özellikle denge noktasından uzaklaştıkça daha da belirginleşir.(Öksüz ve ark., 2018; Nagarajan ve Victoire, 2023)

Ters sarkaç sistemleri çoğunlukla eksik tahrikli (underactuated) yapıdadır; yani kontrol girdisi, sistemin tüm serbestlik derecelerini doğrudan etkileyemez (Huang ve ark., 2010; Boubaker, 2013). Bu da kontrol tasarımını daha karmaşık hale getirir. Ayrıca, çevresel bozucu etkiler, model belirsizlikleri, zaman gecikmeleri (Atay, 1999; Casanova ve ark., 2012) ve sistemin minimum olmayan faz karakteristikleri (Chang ve ark., 2007) gibi unsurlar, kontrolcü tasarımı sürecini daha da zorlaştırmaktadır.

Bu zorluklar, ters sarkaç sisteminin çok çeşitli kontrol stratejileriyle çalışılmasına olanak tanımaktadır. Literatürde geleneksel PID ve tam durum geri besleme kontrolcülere (Atay, 1999; Park ve ark., 2011), LQR ve optimal durum geri bildirim (Aranovski ve ark., 2019), kayma modu kontrolü (SMC) (Boubaker, 2013), uyarlamalı kontrol (Maruki ve ark., 2014), yapay zeka temelli bulanık mantık ve yapay sinir ağı kontrolcülere (Orozco ve ark., 2015), gözlemci tabanlı yaklaşımlar (Liu ve ark., 2009) ve enerji tabanlı swing-up yöntemleri gibi birçok farklı yöntem bu sistem üzerinde test edilmiştir.

Ters sarkaç sisteminin önemi yalnızca akademik değil, aynı zamanda uygulamalı boyutta da kendini göstermektedir. Özellikle Segway gibi iki tekerlekli denge robotları (Patete ve ark., 2011; Gajbhiye ve ark., 2017), bipedal robotlar (Aranovski ve ark., 2019), robotik kollar ve uzay araçlarının duruş kontrolü (Nagarajan ve Victoire, 2023) gibi mühendislik uygulamaları, ters sarkaç sisteminin dinamikleriyle benzerlik göstermektedir. Ayrıca, insan dengesinin modellenmesinde ve postural kontrol mekanizmalarının anlaşılmasında da bu sistemden faydalanılmaktadır.(Orozco ve ark., 2015; Molnar ve ark., 2021)

Eğitim bağlamında da ters sarkaç sistemi, kontrol mühendisliği eğitiminin temel konularını uygulamalı olarak öğretmek amacıyla üniversitelerde ve laboratuvarlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. (Patete ve ark., 2011; ksz ve ark., 2018) ğrencilere doğrusal olmayan sistem davranışı, kararsızlık, geri besleme kontrolü ve gözlemci tasarımı gibi kavramları öğretmede etkili bir araçtır.

Ters sarkaç sistemi; kararsızlığı, doğrusal olmayan ve eksik tahrikli yapısı, çeşitli kontrol stratejilerinin uygulanabilirliği, geniş uygulama alanı ve eğitimsel değeri ile kontrol mühendisliği alanında vazgeçilmez bir çalışma nesnesi ve araştırma platformudur.

Bu alışma, literatürdeki mevcut araştırmalardan farklı olarak, Matlab-Simulink ve Cansol Multifizik yazılımlarının entegrasyonunu kullanarak ters sarkaç sisteminin kontrolüne yönelik bütünleşik bir yaklaşım sunmaktadır. Ters sarkaç gibi doğrusal olmayan ve kararsız sistemlerin modellenmesinde, fiziksel dinamiklerin katı mekanik prensiplerle simüle edilmesi (Cansol) ile kontrol algoritmalarının tasarımı (Simulink) arasındaki kopukluğu gidermeyi hedefleyen bu alışma, LiveLink™ for Simulink® aracılığıyla gerçek zamanlı kosimlasyonu mümkün kılmaktadır. Literatürdeki çoğu çalışma ya yalnızca fiziksel modellemeye ya da kontrol stratejilerine odaklanırken, bu tez, her iki disiplini birleştirerek sistem davranışlarının daha gerçekçi ve dinamik bir Şekilde analiz edilmesine olanak tanımaktadır. Ayrıca, PID kontrolör parametrelerinin pertürbasyonlu senaryolar altında optimizasyonu ve performans değerlendirmesi, literatürdeki benzer çalışmalara kıyasla daha kapsamlı bir kararlılık analizi sunmaktadır. Bu entegre yaklaşım, akademik araştırmalarda Multifizik simülasyonları ile kontrol teorisinin sinerjisini vurgularken, endüstriyel uygulamalarda karmaşık sistemlerin tasarımı için pratik bir metodoloji önermektedir. Çalışma, özellikle eğitim ve araştırma bağlamında, çoklu yazılım entegrasyonunun potansiyelini ortaya koyarak, gelecekteki çalışmalar için yenilikçi bir temel oluşturmaktadır.

2.1 Ters Sarkaç Sisteminde Kararsızlık

Ters sarkaç sistemi, kontrol mühendisliği açısından temel problemlerden birini oluşturur: kararsız bir sistemi, istenen ancak doğası gereği dengesiz bir konumda tutmak. Bu sistemin dik (yukarı) konumu, içsel olarak kararsız bir denge noktasıdır ve en küçük bir dış bozucu ya da dahili sapma durumunda sistem hızla bu noktadan uzaklaşır. (Hassanzadeh ve Mobayen, 2011; ksz ve ark., 2018) Dolayısıyla bu konumda stabilizasyon sağlamak için sürekli, aktif ve hassas bir kontrol gereklidir.

Ters sarkaç sisteminin hareket denklemleri doğrusal olmayan terimler içermektedir. Her ne kadar bu sistem denge noktasına yakın konumlarda doğrusallaştırılabilir de denge dışındaki bölgelerde doğrusal olmayan davranışlar hâkimdir.(Sugie ve ark., 1995; Boubaker, 2013) Sistemin tüm çalışma aralığını kapsayan etkili bir kontrol tasarımı, doğrusal olmayan kontrol stratejilerinin uygulanmasını gerektirmektedir.(Nagarajan ve Victoire, 2023)

Bir diğer zorluk ise sistemin eksik tahrikli yapısından kaynaklanmaktadır. Ters sarkaç sistemlerinde genellikle kontrol edilebilen giriş sayısı, sistemin serbestlik derecesinden az olmaktadır.(Patete ve ark., 2011) Örneğin, araba üzerindeki sarkaç sisteminde yalnızca araba ivmesi kontrol edilebilirken, hem sarkaç açısı hem de arabanın konumu gibi birden fazla durum değişkeni kontrol altında tutulmak zorundadır. Bu durum, dolaylı etkiyle kontrol gerektirir ve klasik kontrol stratejileriyle çözülmesi oldukça güç olmaktadır.

Sistemin doğası, onu yalnızca klasik kontrol tekniklerinin değil, aynı zamanda gelişmiş ve modern kontrol yöntemlerinin de uygulandığı bir deneysel platform hâline getirmiştir. PID, LQR, kayma modu kontrolü (SMC), bulanık mantık, yapay sinir ağları (YSA), model tahminli kontrol (MPC) ve kesirli mertebeden PID gibi kontrol yöntemleri, bu zorluğu aşmak için literatürde yaygın olarak uygulanmıştır.(Boubaker, 2013; Orozco ve ark., 2015; Erkol, 2018) Sürtünme telafisi, uyarlamalı geri adımlama ve sürü zekâsı algoritmaları da bu bağlamda araştırılmıştır.

Kararsızlık nedeniyle sistemin çekim bölgesi sınırlı olmaktadır. Yani, denge konumuna yalnızca belirli başlangıç koşulları altındayken ulaşılabilir. Denge noktasına uzak pozisyonlardan başlatılan sistemlerde, sarkacı önce belirli bir strateji ile dik konuma yaklaştırmak gerekmektedir. Bu bağlamda “sallama kontrolü” (swing-up control), sistemin denge bölgesine girmesini sağlamak için kullanılan ön evre kontrolüdür. Dengeye yaklaşıldığında ise stabilizasyon kontrolörü devreye girmektedir.(Gordillo ve ark., 2008) Bu iki aşamalı kontrol yapısı, sistem kararsızlığının üstesinden gelmede tipik bir çözüm yoludur.

Geri besleme kontrol sistemlerinde kaçınılmaz olarak karşılaşılan zaman gecikmeleri ve dış bozucular, ters sarkaç gibi kararsız sistemlerde çok daha kritik hâle gelir. Zaman gecikmeleri, sistemin stabilizasyonunu doğrudan tehdit edebilirken; sürtünme, rüzgar gibi dış bozucular da sistemi kontrol dışına çıkarabilir.(Atay, 1999; Molnar ve ark., 2021) Bu nedenle, ters sarkaç kontrol sistemlerinde sağlamlık (robustluk) önemli bir tasarım gereğidir.

Kararsız sistemlerin kontrolünde model doğruluğu kritik bir rol oynamaktadır. Sistem modelinde yapılacak küçük hatalar bile kontrolcü performansını ciddi biçimde etkilemektedir.(Öksüz ve ark., 2018) Bu nedenle literatürde, geleneksel fiziksel modelleme yöntemlerinin yanında yapay sinir ağları gibi veri temelli sistem tanımlama tekniklerinin de kullanıldığı görülmektedir.(Orozco ve ark., 2015) Ayrıca, indirgenmiş modellerle yapılan sağlam kontrol tasarımları da sıklıkla tercih edilmektedir.(Patete ve ark., 2011; Voevoda ve ark., 2012)

Tüm bu faktörler dikkate alındığında, ters sarkaç sisteminin kararsızlığı kontrol mühendisliği için zengin, öğretici ve zorlu bir uygulama alanı sunmaktadır. Aktif kontrol ihtiyacı, sınırlı çekim bölgeleri, eksik tahrikli yapı ve dış bozuculara karşı hassasiyet gibi faktörler, bu sistemi hem teorik hem de deneysel çalışmalarda ön plana çıkarmaktadır.

2.2 Ters Sarkaç Sisteminde Geri Besleme ve Algılayıcılar

Konum ve hız algılayıcıları, ters sarkaç gibi doğrusal olmayan, kararsız sistemlerin kontrolünde yalnızca yardımcı değil, zorunlu bir bileşendir. Sistem dinamiğinin gözlemlenmesi, geri besleme kontrolü tasarımı, bozucu etkilerin telafisi ve deneysel validasyon gibi her aşamada bu algılayıcıların rolü belirleyicidir. Bu nedenle, kontrol sisteminin başarısı büyük ölçüde bu sensörlerin doğru seçilmesine, kalibrasyonuna ve sistemle entegrasyonuna bağlı olmaktadır. Gelişen sensör teknolojileri ve sinyal işleme yöntemleri, bu sistemlerin daha yüksek doğrulukla, daha düşük gecikmeyle ve daha düşük maliyetle kontrol edilmesini mümkün kılmaktadır.

Ters sarkaç sistemi, doğası gereği kararsız bir denge noktasına sahip olduğundan, etkin bir kontrol için sistemin anlık durumunun sürekli olarak gözlemlenmesi gerekmektedir.(Hassanzadeh ve Mobayen, 2011; Öksüz ve ark., 2018) Bu gözlem süreci, konum ve hız bilgilerine dayalı geri besleme mekanizmaları ile sağlanmakta; bu bilgiler ise sistem üzerine entegre edilen algılayıcılar aracılığıyla elde edilmektedir.(Patete ve ark., 2011; Orozco ve ark., 2015)

Günümüzde ters sarkaç sistemlerinde kullanılan kontrol algoritmalarının büyük bir kısmı, sistemin tam durum bilgisini gerektirmektedir. PID, LQR, kayma modu kontrolü (SMC), bulanık mantık, yapay sinir ağları ve kesirli mertebeden PID gibi modern yöntemlerin çoğunda, konum ve hız değişkenlerinin doğru bir şekilde ölçülmesi temel ön koşul olarak kabul edilmektedir.(Atay, 1999; Park ve ark., 2011; Öksüz ve ark., 2018; Nagarajan ve Victoire, 2023) Bu bağlamda, konum ve hız algılayıcıları (encoder,

potansiyometre, jiroskop vb.) kontrol performansını doğrudan etkileyen kritik bileşenler olarak öne çıkmaktadır.

Bu algılayıcılar, yalnızca kontrolcüye durum bilgisi sağlamakla kalmamakta, aynı zamanda sistemin matematiksel modellemesinde de kullanılmaktadır. Özellikle model tabanlı kontrolcü tasarımlarında, sistemin dinamik davranışını temsil eden modellerin oluşturulması veya doğrulanması amacıyla algılayıcılardan toplanan deneysel verilere ihtiyaç duyulmaktadır.(Orozco ve ark., 2015). Yapay sinir ağları gibi veri tabanlı modelleme yöntemlerinde de yine bu sensör verileri temel girdi olarak kullanılmakta; verinin doğruluğu ise hem modelin güvenilirliğini hem de kontrolcünün etkinliğini belirleyici unsur olarak değerlendirilmektedir.(Öksüz ve ark., 2018)

Ters sarkaç sistemlerinin doğrusal olmayan ve eksik tahrikli yapıları, kontrol sinyalinin hassas şekilde hesaplanmasını zorunlu kılmaktadır. Bu nedenle, sistemin mevcut durumuna ilişkin doğru ve anlık bilgiye sahip olunması büyük önem arz etmektedir.(Patete ve ark., 2011; Orozco ve ark., 2015) Kararlılığı etkileyen dış bozuculara (örneğin sürtünme, beklenmeyen kuvvetler) ve model belirsizliklerine karşı da sağlamlık sağlanabilmesi için, bu algılayıcılar aracılığıyla elde edilen verilerin hızlı ve doğru olması gerekmektedir.(Voevoda ve ark., 2012; Mehedi ve ark., 2020)

Ancak algılayıcılardan elde edilen ham veriler doğrudan kontrol sistemine iletilmeden önce işlenmelidir. Ölçüm gürültüsü, zaman gecikmeleri ve algı sapmaları, geri besleme kontrolünü olumsuz yönde etkileyebilmektedir.(Atay, 1999; Zhen ve ark., 2018) Bu nedenle, filtreleme, gözlemci (observer) ve tahminleyici (predictor) gibi yöntemlerle veri işleme süreci uygulanmaktadır.(Maruki ve ark., 2014; Aranovskiy ve ark., 2019) Özellikle jiroskoplar gibi bazı sensörlerin doğrudan açı bilgisi sağlayamaması, verinin entegrasyon ile elde edilmesini gerektirmekte ve bu da zamanla hata birikimine yol açabilmektedir. Bu gibi durumlarda yazılım tabanlı “soft sensör” yapılarının tercih edildiği görülmektedir.(Aranovskiy ve ark., 2019)

Ayrıca, sistemin kontrol performansının değerlendirilmesinde de bu sensörler aracılığıyla toplanan verilerden yararlanılmaktadır. Yerleşme süresi, aşım miktarı ve kararlı durum hatası gibi performans metrikleri, sistem tepkilerinin doğru ölçülmesi ile hesaplanmaktadır.(Patete ve ark., 2011; Öksüz ve ark., 2018) Deneysel verilerin simülasyon sonuçlarıyla karşılaştırılması ise, bu ölçümlerin doğruluğunun sistemin davranışının anlaşılmasında ne denli kritik olduğunu ortaya koymaktadır.

Tüm bu nedenlerle, konum ve hız algılayıcıları; kontrol sinyallerinin üretilmesi, sistem modellemesi, sağlamlık analizi ve kontrol performansının objektif biçimde

değerlendirilmesi gibi pek çok temel işlevde merkezi rol oynamaktadır. Kararsız sistemlerin başarılı bir şekilde stabilize edilebilmesi, büyük ölçüde bu algılayıcılardan elde edilen verinin doğruluğu ve işleme kalitesi ile ilişkilidir.

2.3 Kontrol Yöntemleri ve Algoritmalar

Ters sarkaç sistemleri, doğaları gereği kararsızdır ve dikey konumda kalabilmeleri için sürekli bir kontrol kuvvetinin uygulanmasını gerektirmektedir.(Patete ve ark., 2011) Bu amaçla, literatürde çok çeşitli kontrol tekniklerinin geliştirildiği ve uygulandığı görülmektedir. Genellikle sistemin denge noktası etrafında doğrusal bir modellemesi yapılarak tasarlanan lineer kontrol teknikleri (Patete ve ark., 2011; Öksüz ve ark., 2018) , özellikle dar bir çalışma aralığında yüksek performans göstermektedir. PID kontrol, ters sarkaç sistemlerinde en yaygın kullanılan yöntemlerden biri olup, hatayı esas alarak kontrol sinyali üretmektedir. (Liu ve ark., 2009; Patete ve ark., 2011; Nagarajan ve Victoire, 2023; Lower, 2023) Türevsel geri besleme etkisinin zaman gecikmesi ile elde edilebildiği belirtilmekte, bu kontrolcüler hem sürekli hem de ayrık zamanlı biçimlerde uygulanmaktadır.(Atay, 1999; Patete ve ark., 2011)

Tam durum geri beslemeli kontrolörler, sistemin tüm durum değişkenlerinin (örneğin konum ve hızlar) geri beslendiği bir yapıda çalışmakta olup, genellikle lineer sistemler için tercih edilmektedir.(Sugie ve ark., 1995; Sprenger ve ark., 1998; Liu ve ark., 2009; Öksüz ve ark., 2018; Nagarajan ve Victoire, 2023) Bu yöntemde, kontrol sinyali kazanç matrisi ile durum vektörünün çarpımı üzerinden hesaplanmaktadır.(Sugie ve ark., 1995)

Lineer-Kare Regülatör (LQR), doğrusal sistemler için optimal geri besleme kazançlarının hesaplanmasını sağlayan ve sistemin kararlı hâle getirilmesini hedefleyen bir yaklaşımdır.(Bradshaw ve Shao, 1996; Sprenger ve ark., 1998; Casanova ve ark., 2012; Boubaker, 2013; Nagarajan ve Victoire, 2023) Zamanla değişen sistemlere de uygulanabilir olması, bu yöntemin esnekliğini göstermektedir.(Ju ve ark., 2025) Ayrıca kutup atama yöntemiyle, sistemin kontrol edilebilirliği koşuluyla kutupları istenen konumlara yerleştirilerek istenilen dinamik özellikler elde edilebilmektedir.(Chen ve ark., 2004; Öksüz ve ark., 2018)

Gürültülü ortamlarda veya tüm durum değişkenlerinin ölçülemediği durumlarda, LQR yönteminin gözlemci ile birleştirilerek kullanılan LQG (Linear-Quadratic-Gaussian) uzantısı tercih edilmektedir.(Masuda ve ark., 2014) Ayrıca, PID ile

karşılaştırılan ve daha basit bir hesaplama yapısına sahip olan TR kontrolcüsü gibi alternatif lineer kontrolör önerileri de literatürde yer almaktadır.(Lower, 2023)

Öte yandan, sistemin doğrusal olmayan doğası göz önüne alındığında, daha geniş bir çalışma aralığında etkili olabilecek doğrusal olmayan kontrol yöntemleri de yaygın olarak uygulanmaktadır.(Sugie ve ark., 1995; Orozco ve ark., 2015; Öksüz ve ark., 2018)

Kayma kipli kontrol (Sliding Mode Control- SMC), özellikle model belirsizliklerine karşı sağlamlığı ile dikkat çekmekte ve bu yöntemle PID kazançlarını içeren kontrolör yapıları önerilmektedir.(Chang ve ark., 2007; Huang ve ark., 2010; Boubaker, 2013; Mehedi ve ark., 2020; Nagarajan ve Victoire, 2023) Ancak bu yöntemde, kontrol sinyalinde görülebilecek "chattering" problemi önemli bir dezavantaj olarak değerlendirilmektedir.(Nagarajan ve Victoire, 2023) Geri adımlama (backstepping) yöntemi, doğrusal olmayan sistemler için adım adım kontrolör tasarımına imkân tanımakta; ancak bazı konfigürasyonlarda doğrudan uygulanabilir olmamakla birlikte, uyarlamalı yaklaşımlarla veya sinir ağı/bulanık mantık destekli yapılarla birleştirilerek uygulanabilirliği artırılmaktadır.(Huang ve ark., 2010; Maruki ve ark., 2014)

Bulanık mantık kontrolü, doğrusal olmayan sistemlerde, özellikle kesin matematiksel model gereksiniminin azaltılmak istendiği durumlarda, insan uzmanlığına veya deneysel veriye dayalı olarak uygulanmaktadır.(Xu ve ark., 2004; Huang ve ark., 2010; Wang ve ark., 2012; Orozco ve ark., 2015)

Yapay sinir ağları (ANN, RBF gibi) sistemin modelini öğrenmek, kontrol sinyali üretmek veya klasik kontrolörleri desteklemek amacıyla kullanılmakta ve özellikle bilinmeyen veya zamanla değişen sistem parametrelerine sahip durumlarda uyarlanabilirlik sağlamaktadır.(Huang ve ark., 2010; Orozco ve ark., 2015; Gao ve ark., 2021) Bu kontrolörler PID ile birleştirilerek IPID-RBF gibi yapıların oluşturulmasıyla daha hızlı tepki ve daha az sapma gibi avantajlar elde edilmektedir.(Gao ve ark., 2021)

Uyarlamalı kontrol teknikleri, sistem parametrelerinin zamanla değiştiği veya belirsiz olduğu durumlarda çevrim içi parametre güncelleme yoluyla kararlılığı korumayı hedeflemektedir.(Maruki ve ark., 2014; Orozco ve ark., 2015) Bu teknik, genellikle geri adımlama veya kayma kipli kontrol gibi doğrusal olmayan yöntemlerle birleştirilerek kullanılmaktadır.(Nagarajan ve Victoire, 2023)

Evrimsel algoritmalar (Genetik Algoritmalar, PSO, ACO vb.), PID ve durum geri besleme kazançlarının optimizasyonunda geniş biçimde uygulanmakta ve kontrol performansını artırmak için kullanılmaktadır.(Hassanzadeh ve Mobayen, 2011) SMC'ye

alternatif olarak önerilen Robust Generalized Dynamic Inversion (RGDI), izleme performansını ve sağlamlığı artırmayı hedefleyen bir yöntem olarak öne çıkmaktadır.(Mehedi ve ark., 2020)

Active Disturbance Rejection Control (ADRC) yaklaşımı ise, iç ve dış rahatsızlıkları tahmin edip telafi etme amacına yöneliktir ve lineer ters sarkaç sistemlerinde PID ile karşılaştırılmalı olarak incelenmiştir.(Liu ve ark., 2009)

Enerji tabanlı kontrol yaklaşımları ise, özellikle sarkacın dik konuma getirilmesini sağlayan "swing-up" aşamasında kullanılmakta ve bazı durumlarda dengeleme için türevleri uygulanmaktadır.(Gordillo ve ark., 2008) İç içe geçmiş doyunluk kontrolü (nested saturation control), doğrusal olmayan sistemler için küresel sonlu zamanda kararlılaştırma sağlamayı hedeflemekte ve literatürde yer almaktadır.(Yang ve Li, 2019)

Ayrıca, bu kontrol yöntemlerinin hibrit biçimde bir arada kullanıldığı birçok çalışma da mevcuttur. Örneğin, kayma kipli kontrol ile bulanık mantık, geri adımlama veya yapay sinir ağlarının birlikte uygulandığı yapılar.(Huang ve ark., 2010), LQR ile SMC'nin birleştirildiği modeller (Ju ve ark., 2025), ya da PID'nin RBF sinir ağı ile desteklenmesi gibi birleşik yapılar (Gao ve ark., 2021) sistem performansını artırmak amacıyla önerilmektedir. Çoklu döngü yapılarının, özellikle farklı pozisyonlar ve açılar için kullanıldığı da literatürde belirtilmektedir.(Casanova ve ark., 2012)

Ters sarkaç dengeleme problemi için geliştirilen kontrol teknikleri, sistem modelinin yapısına, istenen kararlılık ve performans aralığına, model belirsizliklerine ve kontrol edici karmaşıklığına bağlı olarak basit PID yapılarından karmaşık doğrusal olmayan, zekâ temelli ve hibrit yaklaşımlara kadar büyük bir çeşitlilik göstermektedir.

2.4 Sistem Modelleme Yaklaşımları

Ters sarkaç sisteminin matematiksel modelinin oluşturulması, kontrol mühendisliği açısından kritik bir süreç olarak değerlendirilmekte ve literatürde çeşitli metodolojilerle ele alınmaktadır.(Patete ve ark., 2011; Orozco ve ark., 2015) Sistemin dinamik davranışlarının doğru bir şekilde temsil edilmesi, etkin bir kontrolcü tasarımı için temel şarttır. Bu nedenle, model karmaşıklığı ile gerçekçilik arasında dengeli bir yaklaşım benimsenmektedir.(Patete ve ark., 2011) Fizik tabanlı modelleme yöntemlerinden biri olan Lagrange metodu, sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinden yola çıkarak doğrusal olmayan diferansiyel denklemlerin türetilmesinde yaygın şekilde kullanılmaktadır.(Orozco ve ark., 2015) Genelleştirilmiş koordinatlar (örneğin, tekerlek dönüş açısı veya sarkaç eğim açısı) tanımlanarak, sistemin durum değişkenleri (konum,

hız) ve fiziksel parametreleri (kütle, atalet momenti) dikkate alınmaktadır.(Patete ve ark., 2011; Öksüz ve ark., 2018) Elde edilen modeller, dördüncü dereceden diferansiyel denklemlerle ifade edilebilmekte ve kontrol tasarımına zemin hazırlamaktadır.(Chen ve ark., 2004)

Sistemin kararsız denge noktası (dik konum) civarında lineerleştirme işlemi, Taylor serisi açılımı kullanılarak gerçekleştirilmekte ve basitleştirilmiş durum uzayı modelleri elde edilmektedir.(Formal'skii ve mechanics, 2006; Voevoda ve ark., 2012) Bu yaklaşım, kontrolcü tasarımını kolaylaştırmakla birlikte, yalnızca küçük sapmalar için geçerli olan sınırlı bir çalışma aralığı sunmaktadır.(Aranovskiy ve ark., 2019) Diğer bir metodoloji olarak, sistem belirsizliklerinin yüksek olduğu durumlarda, deneysel verilerden yararlanılarak doğrusal olmayan modeller geliştirilmektedir. Yapay sinir ağları (YSA) veya NARMAX gibi veriye dayalı teknikler, bu süreçte öne çıkmakta ve model performansı Ortalama Kareysel Hata (MSE) gibi metriklerle değerlendirilmektedir.(Orozco ve ark., 2015) Sürekli uyarım altında toplanan veriler, modelin güvenilirliğini artırmada kilit rol oynamaktadır.

Modelleme sürecinde çeşitli varsayımlar yapılmaktadır. Sarkaç çubuklarının rijit cisim olarak kabul edilmesi, esneklik etkilerinin ihmal edilmesine yol açmakta (Chen ve ark., 2004; Aranovskiy ve ark., 2019), kütle dağılımı ise homojen veya noktasal varsayımlarla basitleştirilmektedir. (Liu ve ark., 2009) Sürtünme etkileri, basit modellerde göz ardı edilirken, viskoz sürtünme katsayıları gelişmiş modellere entegre edilmektedir.(Patete ve ark., 2011; Öksüz ve ark., 2018) Ayrıca, kontrol girişlerinin anında uygulandığı ve sensörlerin ideal ölçüm yaptığı varsayılmakta, gerçekçi senaryolarda bu etkiler gözlemci tasarımlarıyla telafi edilmektedir.(Aranovskiy ve ark., 2019)

Geri besleme kontrolünün entegrasyonu, sistemin dinamik model denklemlerini doğrudan değiştirmemekte, ancak kontrolcü tarafından üretilen giriş sinyalinin $u(t)$ hesaplanmasında kritik bir rol oynamaktadır.(Patete ve ark., 2011) PID kontrolcüler, ölçülen konum ve hız bilgilerinden türetilen hata sinyalinin oransal, integral ve türevsel bileşenlerini kullanarak kontrol sinyalini oluşturmaktadır.(Erkol, 2018) Durum geri besleme yöntemleri (LQR), durum vektörünün bir kazanç matrisi ile çarpımına dayanmakta ve optimizasyon odaklı bir yaklaşım sunmaktadır.(Kwon ve Hodgins, 2017) Doğrusal olmayan teknikler ise sistemin geniş çalışma aralığında kararlılık sağlamak amacıyla tercih edilmektedir. Kayma modu kontrolü, model belirsizliklerine karşı sağlamlığı ile öne çıkarken (Boubaker, 2013), bulanık mantık ve yapay sinir ağları,

doğrusal olmayan davranışların yönetiminde esneklik sağlamaktadır.(Orozco ve ark., 2015)

Lineer ve lineer olmayan modelleme yaklaşımları arasındaki temel farklar, uygulama gereksinimlerine göre şekillenmektedir. Lineer modeller, denge noktası civarında basit analiz ve kontrolcü tasarımına imkân tanımakta, ancak geniş sapmalarda geçerliliğini yitirmektedir.(Orozco ve ark., 2015) Buna karşılık, lineer olmayan modeller, gerçek dinamikleri daha doğru temsil etmekte fakat karmaşık analiz ve kontrol teknikleri gerektirmektedir.(Sugie ve ark., 1995) Swing-up kontrolü gibi uygulamalarda lineer olmayan teknikler tercih edilirken, PID gibi geleneksel yöntemler lineer modellerle sınırlı kalmaktadır(Boubaker, 2013)

Ters sarkaç sisteminin modellenmesi, fiziksel prensiplerden veriye dayalı yöntemlere uzanan geniş bir perspektifi kapsamaktadır. Model kalitesi, kontrolcü performansını doğrudan etkilemekte (Orozco ve ark., 2015), bu nedenle uygulamanın ihtiyaçlarına göre lineer veya lineer olmayan yaklaşımların seçimi stratejik önem taşımaktadır. Kararsız sistemlerin kontrolünde başarı hem modelin doğruluğuna hem de kontrol stratejilerinin bu dinamiklere uyum sağlama yeteneğine bağlı olmaktadır.

3. MATERYAL ve YÖNTEM

3.1 Ters Sarkaç Sistemi Matematiksel Modeli

Ters sarkaç sistemi, yatay bir ekseninde hareket eden bir taşıyıcı (araba) ve bu taşıyıcıya menteşelenmiş rijit bir çubuktan oluşur.(Singh ve ark., 2012) Sistemin amacı, çubuğu düşey konumda dengede tutarken arabanın konumunu kontrol etmektir. Sistemin dinamikleri doğrusal olmaması ve kararsız yapısı nedeniyle kontrol mühendisliğinde önemli bir örnek teşkil eder. Modelleme için Newton-Euler ve Lagrange metodolojileri kullanılabilir.(Yi ve Yubazaki, 2000)

Bu bölümde, ters sarkaç sisteminin fiziksel ilkelerden hareketle türetilen matematiksel modeli sunulmakta, kullanılan değişkenler ve varsayımlar açıklanmakta, ardından sistemin diferansiyel denklem formülasyonuna yer verilmektedir.

3.1.1 Newton-Euler Yaklaşımı ile Türetimi

Ters sarkaç sistemi, yatay doğrultuda hareket edebilen bir arabaya bağlantılı olarak yerleştirilen ve düşey konum etrafında serbestçe salınım yapabilen rijit bir çubuk yardımıyla idealize edilmektedir. Bu yapıda yer alan her bir fiziksel bileşenin (arabacık ve sarkaç) dinamik davranışı, Newton–Euler yöntemine dayalı olarak ayrı ayrı ele alınmış ve serbest cisim diyagramları üzerinden sistematik biçimde kuvvet ve moment denklemleri türetilmiştir. Newton–Euler yaklaşımı, hareket denklemlerinin doğrudan kuvvet ve moment ilişkileri çerçevesinde elde edilmesini sağlaması bakımından fiziksel yorumu güçlü bir yöntem olarak öne çıkmaktadır. Özellikle çok serbestlik dereceli ve bağlantılı mekanik sistemlerde, etkileşimli kuvvetlerin ve dinamik etkilerin açık biçimde izlenmesine olanak tanınması nedeniyle tercih edilmektedir. Bu kapsamda, söz konusu yöntemin uygulanmasıyla birlikte, sistemin bileşenlerine ait doğrusal ve açısal ivmeler dikkate alınarak kapsamlı bir matematiksel model oluşturulmuştur.(Tetik ve Kiper, 2017)

- **Arabanın Yatay Kuvvet Dengesi**

Arabanın serbest cisim diyagramı üzerinden yatay kuvvetler belirlenmiştir.(Acosta, 2010) Bunlar aşağıdaki gibi verilmiştir:

- Kontrol kuvveti:

$$u(t) \tag{3.1}$$

- Sarkacın araba üzerindeki yatay tepki kuvveti:

$$H = m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) \quad (3.2)$$

- Sürtünme kuvveti (ihmal edildi):

$$F_f = 0 \quad (3.3)$$

Yatay hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$(M + m)\ddot{x} + ml(\ddot{\theta} \cos \theta - \dot{\theta}^2 \sin \theta) = u \quad (3.4)$$

- **Sarkacın Açısal Moment Dengesi**

Sarkacın kütle merkezine göre moment yerçekimi ve atalet olmak üzere iki farklı türde belirlenmiştir.(Yapıcı, 2008) Bunlar aşağıdaki gibi elde edilerek, sistemin açısal hareket denklemi elde edilmiştir.

- Yerçekimi momenti:

$$T_g = mgl \sin \theta \quad (3.5)$$

- Atalet momenti:

$$I\ddot{\theta} = ml^2\ddot{\theta} \quad (3.6)$$

Açısal hareket denklemi:

$$ml^2\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta = 0 \quad (3.7)$$

3.1.2 Lagrange Denklemleri ile Türetim

Lagrange denklemleri, kinetik (T) ve potansiyel (V) enerjiyi temel alır.(Gören, 2022)

Kinetik ve Potansiyel Enerji İfadeleri

Arabanın kinetik enerjisi:

$$T_{araba} = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (3.8)$$

- Sarkacın kinetik enerjisi (öteleme + dönme):

$$T_{sarkaç} = \frac{1}{2} m (\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\dot{\theta} \cos \theta + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I\dot{\theta}^2 \quad (3.9)$$

- Potansiyel enerji:

$$V = mgl \cos \theta \quad (3.10)$$

-Lagrange Fonksiyonu ($L = T - V$):

$$L = \frac{1}{2}(M + m)\dot{x}^2 + ml\dot{x}\dot{\theta} \cos \theta + \frac{1}{2}(ml^2 + I)\dot{\theta}^2 + mgl \cos \theta \quad (3.11)$$

Euler-Lagrange denklemleri aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır: (Jeong ve Takahashi, 2008)

Genelleştirilmiş koordinatlar $q_1 = x, q_2 = \theta$ için:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2) \quad (3.12)$$

- Araba için ($q_1 = x$):

$$\frac{d}{dt} \left((M + m)\dot{x} + ml\dot{\theta} \cos \theta \right) = u \quad (3.13)$$

- Sarkaç için ($q_2 = \theta$):

$$\frac{d}{dt} \left((ml\dot{x} \cos \theta + (ml^2 + I)\dot{\theta}) + mgl \sin \theta \right) = 0 \quad (3.14)$$

3.1.3 Lineerleştirilmiş Model (Küçük Açık Yaklaşımı)

$\theta \approx 0, \sin \theta \approx \theta, \cos \theta \approx 1, \dot{\theta}^2 \approx 0$ Varsayımlarıyla:(Evdüzen, 2021)

Lineerleştirilmiş Denklemler:

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} = u \quad (3.15)$$

$$ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + mgl\theta = 0 \quad (3.16)$$

Denklem ve matris formunda:

$$\begin{bmatrix} M + m & ml \\ ml & ml^2 + I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u \\ -mgl\theta \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Çözüm aşağıda denklemdeki gibi elde edilmiştir.

$$\ddot{\theta} = \frac{(M + m)mgl\theta - mlu}{(M + m)(ml^2 + I) - (ml)^2} \quad (3.18)$$

3.2 PID ile Kontrol Yöntemi

PID kontrol yöntemi, geri beslemeli kontrol sistemlerinde referans değer ile sistem çıktısı arasındaki hatayı minimize etmek üzere tasarlanmış evrensel bir algoritmadır. Bu yöntemin temel dayanağı, kontrol sinyalini üç temel dinamik bileşenin

lineer kombinasyonu olarak üretmektir: oransal (P), integral (I) ve türevsel (D) etkiler. (Ertuğrul, 2015) Bu bileşenlerin her biri, sistemin geçici rejim davranışı, kararlılığı ve kalıcı durum hatası üzerinde belirgin bir etkiye sahip olmaktadır. PID kontrolörlerin matematiksel formülasyonu hem zaman domeninde diferansiyel denklemler hem de frekans domeninde transfer fonksiyonları aracılığıyla analitik olarak ifade edilmektedir (Yurdakul ve İlyas, 2009). Ayrıca, parametre optimizasyon teknikleri (Ziegler-Nichols, Cohen-Coon vb.) ile sistemin performans kriterleri (yükselme zamanı, yerleşme zamanı, aşım) iyileştirilmektedir. (Coşkun ve Terzioğlu, 2007)

PID kontrolörün zaman domenindeki temel denklemi, aşağıdaki gibi hatanın oransal, integral ve türevsel terimlerinin ağırlıklandırılmış toplamı şeklinde tanımlanmaktadır: (Hang ve ark., 1991)

$$u(t) = K_p(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (3.19)$$

Burada, $u(t)$ kontrol sinyalini, $e(t)=r(t)-y(t)$ anlık hatayı, K_p oransal kazancı, K_i integral kazancını ve K_d türevsel kazancı temsil etmektedir. İdeal PID formunda, bu üç parametre birbirinden bağımsız olarak ayarlanmaktadır. Ancak pratikte, türevsel terim genellikle yüksek frekanslı gürültüyü bastırmak için bir alçak geçiren filtre ile modifiye edilmektedir. Filtreli türevsel bileşen, aşağıdaki denklemle ifade edilmektedir: (Hang ve ark., 1991)

$$u_d(t) = K_d \frac{N}{1 + N \cdot s} \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (3.20)$$

Burada N, filtre sabitini gösterir ve tipik olarak 2-20 aralığında seçilir. Laplace domeninde, PID kontrolörün transfer fonksiyonu şu şekilde yazılmaktadır: (Ćuća, 2023)

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (3.21)$$

Ancak, gerçek dünya uygulamalarında türevsel terimin filtreli hali dikkate alındığında, transfer fonksiyonu aşağıdaki formu almaktadır: (Peker ve Kaya, 2017)

$$G_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d s}{1 + \frac{s}{\omega_f}} \quad (3.22)$$

Burada ω_f , filtre kesim frekansını belirlemektedir. PID kontrolörün performansı, parametrelerin doğru seçimine kritik derecede bağlı olmaktadır. Örneğin, yüksek K_p

değerleri geçici rejimde hızlı tepki sağlarken aşırı salınımlara neden olmaktadır. Benzer şekilde, K_i değerinin aşırı büyütülmesi integral windup olarak bilinen ve sistemin kararsızlaşmasına yol açan parametredir. Bu sorunu önlemek için anti-windup mekanizmaları (örneğin, integral terimin sınırlandırılması) kullanılmaktadır.

PID kontrolörün dinamik davranışı, kapalı döngü sistemin karakteristik denklemi üzerinden analiz edilebilir. (Tan ve ark., 2012) Kapalı döngü transfer fonksiyonu $T(s)$, aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$T(s) = \frac{G_{PID}G_s}{1 + G_{PID}(s)H_s} \quad (3.23)$$

Burada $G(s)$ sistemin açık döngü transfer fonksiyonunu, $H(s)$ ise geri besleme yolunu temsil eder. Kararlılık analizi için Routh-Hurwitz kriteri veya Nyquist diyagramı gibi yöntemler kullanılmaktadır. Özellikle, integral terimin sisteme eklediği faz kayması ve kazanç marjı üzerindeki etkileri, frekans domeni analizleri ile detaylıca incelenebilmektedir.

PID kontrolörün avantajlarından biri, farklı formülasyonlara esnek şekilde adapte edilebilmesidir. Örneğin, "birleştirilmiş form" PID denklemi, integral ve türevsel zaman sabitleri (T_i , T_d) cinsinden aşağıdaki gibi yazılmaktadır:

$$u(t) = K_p \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (3.24)$$

Bu formda $K_i = \frac{K_p}{T_i}$ ve $K_d = \frac{K_p}{T_d}$ ilişkisi geçerlidir. Ayrıca, PID kontrolörlerin ayrık zamanlı uygulamaları için Z-dönüşümü kullanılarak sayısal algoritmalar geliştirilmektedir. Ayrık PID denklemi, Tustin yöntemi veya geri fark yöntemi ile türetilmektedir: (Kökçam, 2018)

$$u[k] = K_p e[k] + K_i T_s \sum_{n=0}^k e[n] + K_d \frac{e[k] - e[k-1]}{T_s} \quad (3.25)$$

Burada T_s , örnekleme periyodunu göstermektedir.

PID kontrolörlerin performans sınırlamaları, belirli sistem türleri için geçerlidir. Örneğin, fazla gecikmeli (time-delay) sistemlerde türevsel terim etkinliğini yitirebilir. Bu durumda, Smith öngörücü veya model tahminci kontrol gibi ileri tekniklerle kombine edilmesi gerekebilir. Bununla birlikte, PID'in sadeliği ve ayarlanabilirliği, onu endüstriyel otomasyonun vazgeçilmez bir parçası yapmıştır. (Vilanova ve Visioli, 2012) Güncel araştırmalar, PID parametrelerinin yapay zekâ tabanlı optimizasyonu (genetik

algoritmalar, sinir ağıları) üzerine yoğunlaşmaktadır. Sonuç olarak, PID kontrol yöntemi, teorik derinliği ve pratik uygulanabilirliği ile mühendislik disiplinlerinde merkezi bir role sahip olmaktadır.(Ponce ve ark., 2014)

3.3 Cmsol Multifizik ile Modelleme

3.3.1 Cmsol Multifizik ile Yapısal Modelleme

Bu çalışmada ters sarkaç sisteminin fiziksel tabanlı modeli oluşturulurken, çoklu fizik alanlarının eşzamanlı olarak çözümlenmesine olanak tanıyan sonlu elemanlar yöntemi (FEM) temelli bir yazılım olan Cmsol Multifizik kullanılmıştır. Cmsol, mekanik sistemler başta olmak üzere elektriksel, termal, akışkan ve kimyasal etkileşimlerin bir arada modellenmesine imkân tanınması nedeniyle, dinamik ve doğrusal olmayan yapıların analizinde sıklıkla tercih edilen bir platformdur. Ters sarkaç sisteminin kararsızlık özelliği ve çok değişkenli yapısı göz önüne alındığında, bu sistemin fiziksel modellemesinde zamana bağlı çözümlene yetenekleri, kullanıcı tanımlı denklemlerin entegre edilebilmesi ve farklı fizik alanlarının bir arada işlenebilmesi gibi özellikler nedeniyle Cmsol yazılımı tercih edilmiştir. Cmsol ile analiz işlemleri aşağıdaki adımlara göre yapılmaktadır:

- Geometrik Modelleme: Modelleme süreci ilk olarak sistemin fiziksel yapısının geometrik olarak tanımlanması ile başlatılmıştır. Ters sarkaç sistemi, yatay doğrultuda hareket eden bir araba ile bu araca menteşe noktası üzerinden bağlanmış tek serbestlik dereceli rijit bir çubuk (sarkaç) bileşenlerinden oluşmaktadır. Söz konusu geometri, iki boyutlu düzlemde (2D) oluşturulmuş olup, sistemin hareketi x-y düzleminde incelenmiştir. Arabaya ait kütle merkezi, boyutları ve sarkacın uzunluğu ile dönme noktası dikkate alınarak fiziksel modele uygun bir geometri yapılandırılmıştır.
- Malzeme Özelliklerinin Tanımlanması: Modelde kullanılan tüm katı cisimler için Cmsol 'un yerleşik malzeme kütüphanesi kullanılarak gerçekçi malzeme özellikleri atanmıştır. Araba ve sarkaç gövdesi için varsayılan olarak izotropik çelik tanımı seçilmiştir; bu tanım kapsamında Young modülü, Poisson oranı ve yoğunluk gibi parametreler sistemde otomatik olarak tanımlanmıştır. Malzeme özelliklerinin doğruluğu, deneysel olarak elde edilen değerlere veya literatür kaynaklarına dayandırılmıştır. Böylelikle sistemin kütle-atalet dağılımı fiziksel gerçekliğe en yakın şekilde modellenenmiştir.

- Sınır Koşullarının Belirlenmesi: Fiziksel model içerisinde temel olarak "Solid Mechanics" modülü kullanılmıştır. Bu modül aracılığıyla, sistemin rijit cisim hareketi, kütleli etkileri ve dış kuvvetlere verdiği tepkiler modellenmiştir. Arabaya uygulanan yatay kuvvet (F), yerçekimi ivmesi (g), sarkaç ucunun konumu ve çubuğun açısal konumu gibi parametreler kullanıcı tanımlı değişkenler olarak modele dâhil edilmiştir. Sistem sınır koşulları aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:
 - ✓ Arabaya yalnızca x-yatay ekseninde hareket izni verilmiş; düşey yönde yer değiştirme sınırlandırılmıştır.
 - ✓ Sarkaç, arabanın bir noktasına menteşe ile bağlanmış olarak tanımlanmış ve serbest dönme hareketine izin verilmiştir.
 - ✓ Taban yüzey ile araba arasında herhangi bir sürtünme kuvveti dikkate alınmamış, bu doğrultuda "Frictionless" sınır koşulu uygulanmıştır.
 - ✓ Gerekli durumlarda, sisteme zayıf amortisör etkileri "Damping" katsayıları ile parametrik olarak eklenmiştir.
- Ağ (Mesh) Yapılandırması: Modelin çözüm doğruluğu ve sayısal kararlılığı açısından uygun bir sonlu eleman ağı yapılandırılmıştır. Comsol tarafından önerilen "Physics-controlled mesh" yöntemi kullanılarak çözülemeye özel hassasiyet derecesi belirlenmiş ve karmaşık bölgelerde ağ yoğunluğu artırılmıştır. Özellikle sarkaç menteşe noktası çevresi ve temas bölgelerinde daha küçük eleman boyutları tercih edilerek sayısal hata minimize edilmiştir. Genel modelde üçgen elemanlar kullanılmış olup, çözüm süresi ile doğruluk arasında optimal denge sağlanmaya çalışılmıştır.
- Çözümleme: Ters sarkaç sisteminin dinamik davranışı zamana bağlı olarak incelenmiş ve bu doğrultuda "Time-Dependent" çözümleme yöntemi tercih edilmiştir. Başlangıç koşulları olarak arabaya uygulanan kuvvetin büyüklüğü, sarkaç açısı ve başlangıç hızları tanımlanmıştır. Simülasyonlar belirli bir zaman aralığında (örneğin 0–10 saniye) gerçekleştirilmiş ve sistemin zamana bağlı hareketi, açısal yer değiştirme, hız ve ivme değerleri çıkarılmıştır. Ayrıca sistemin kararlılık sınırları, salınım davranışları ve dengeye ulaşma süresi gibi parametreler de gözlemlenmiştir.
- Denklem Çözümü: Modelin dinamik doğası gereği, bazı fiziksel ilişkilerin doğrudan diferansiyel denklemler biçiminde modele entegrasyonu gerekmiştir.

Bu amaçla Comsol 'un "Global Equations" ve "Domain ODEs and DAEs" arayüzleri kullanılmıştır. Lagrange hareket denklemleri sistemin genel davranışını temsil edecek şekilde tanımlanmış ve zaman integrasyon yöntemleri ile çözüme ulaştırılmıştır. Böylelikle yalnızca geometriye bağlı bir çözüm değil, aynı zamanda sistemin teorik modeli ile entegre bir simülasyon ortamı oluşturulmuştur.

- **Sonuç ve Analiz:** Simülasyonlar sonucunda elde edilen veriler, sistemin çeşitli fiziksel parametrelerine bağlı olarak grafiksel biçimde analiz edilmiştir. Özellikle sarkacın salınım davranışı, maksimum sapma açısı, zamana bağlı kararsızlık ve dengeye ulaşma süresi gibi göstergeler ayrı ayrı değerlendirilmiştir. İvme, hız ve yer değiştirme gibi büyüklükler hem zamana bağlı olarak hem de sistemin kinematik ilişkileri üzerinden yorumlanmıştır. Comsol 'un görselleştirme araçları sayesinde animasyonlar, vektör akışı diyagramları ve renk haritaları oluşturularak analiz süreci desteklenmiştir.

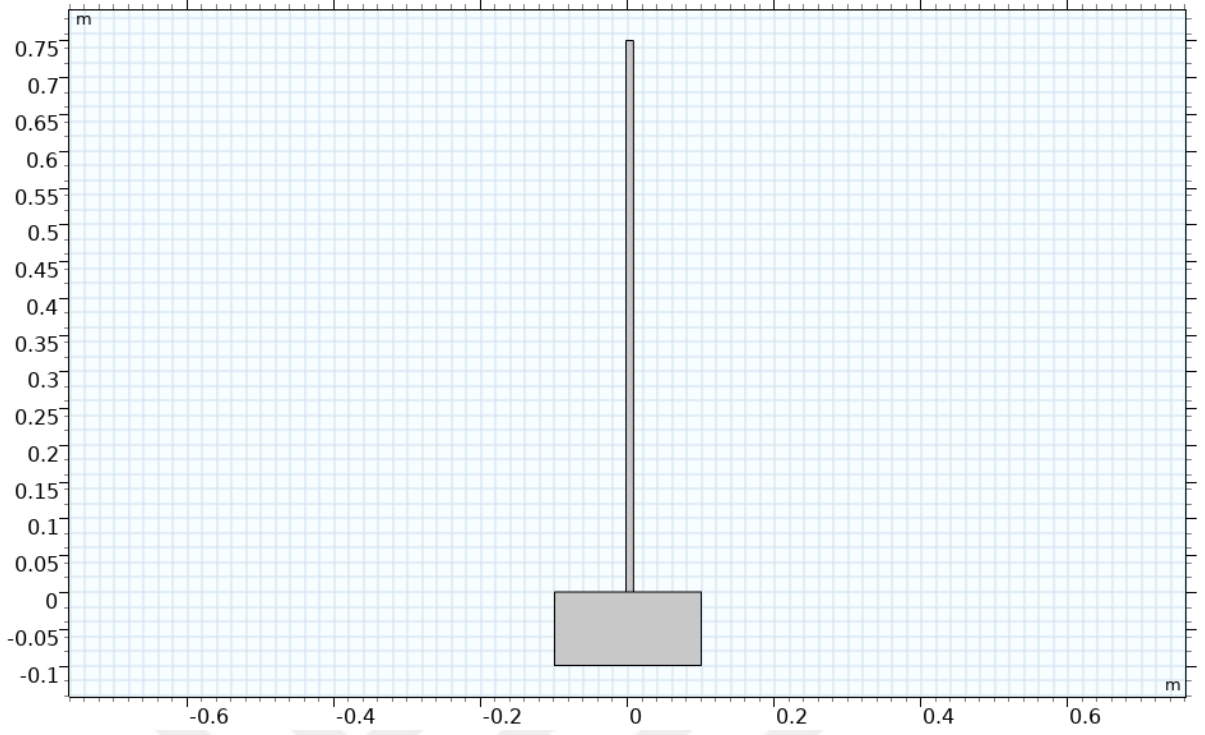
3.3.2 Sistemin Geometrik Tasarımı

Ters sarkaç sisteminin geometrik tasarımı, sistemin dinamik davranışını doğrudan etkileyen temel unsurlardan biridir. Sistemin genel geometrisi, araba ve sarkaç çubuğunun birleşiminden oluşmaktadır. Arabanın hareketi, yatay düzlemde x-ekseni boyunca kısıtlanmıştır. Sarkaç çubuğu ise dikey düzlemde θ açısı kadar sapma yapabilmektedir. Sistemin kararlılığı, bu iki serbestlik derecesinin (arabanın konumu ve çubuğun açısı) kontrol edilmesiyle sağlanmaktadır.

Tüm bu geometrik tasarım parametreleri, Comsol Multifizik yazılımında tanımlanarak sistemin fiziksel modeli Şekil 1' deki gibi oluşturulmuştur. Bu model, sonraki bölümlerde gerçekleştirilecek olan dinamik analizler ve kontrol stratejileri için temel teşkil etmektedir.

Araba, sistemin yatay düzlemde hareket eden ana bileşenidir. Arabanın kütlesi 2.5 kg olarak tanımlanmıştır ve sürtünmesiz bir ray üzerinde serbestçe hareket edebilecek şekilde modellenmiştir. Bu tasarım, arabanın dinamik davranışını basitleştirmek ve dış etkilerden arındırılmış bir analiz yapabilmek amacıyla tercih edilmiştir. Arabanın geometrisi, simülasyon yazılımında basit bir dikdörtgen prizma olarak temsil edilmiş olup, boyutları sistemin genel ölçekleriyle uyumlu olacak şekilde belirlenmiştir.

Sarkaç çubuğu, arabanın üzerine monte edilmiş ve dik konumda dengelenmeye çalışılan rijit bir yapıdır. Çubuğun uzunluğu 75 cm, kalınlığı ise 1 cm olarak



Şekil 1: Sistemin Geometrik Yapısı

tanımlanmıştır. Çubuk, rijit bir gövde olarak modellenmiş ve bu sayede esneme veya bükülme gibi deformasyonların etkileri ihmal edilmiştir. Çubuğun ağırlık merkezi, pivot noktasının üzerinde yer alacak şekilde tasarlanmıştır. Bu durum, sistemin kararsız dengesini sağlamak açısından kritik bir öneme sahiptir. Sarkaç çubuğuna ait kütle, 0.4 kg olarak belirlenmiştir. Kütle dağılımı, çubuğun homojen bir yapıya sahip olduğu varsayılarak hesaplanmıştır. Çubuğun geometrik merkezi ile kütle merkezinin çakışık olduğu kabul edilmiştir.

3.3.3 Sistemin Fiziksel Özellikleri

Ters sarkaç sisteminin dinamik davranışını belirleyen temel fiziksel parametreler hem sistemin matematiksel modelinin oluşturulmasında hem de uygun kontrol stratejilerinin geliştirilmesinde belirleyici bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda; yoğunluk, Young's modülü, Poisson oranı, termal genişleme katsayısı, ısı iletkenlik ve elektriksel iletkenlik gibi fiziksel özellikler dikkate alınmıştır. Söz konusu parametreler ve bunlara ait birimler, Çizelge 1'de özetlenmiş olup, ilgili modelleme süreci için temel bir referans niteliği taşımaktadır.

Özellikle yoğunluk ve Young's modülü, sistemin ataleti ve esneklik özellikleri üzerinde doğrudan etkili olduğundan, dinamik davranışın doğru şekilde temsil edilebilmesi açısından kritik öneme sahiptir. Buna karşılık, termal ve elektriksel iletkenlik

gibi çevresel parametreler, sistemin dış etkilere karşı vereceği tepkinin modellenmesinde tamamlayıcı bilgiler sunmaktadır.

İzleyen bölümde, bu fiziksel özellikler temel alınarak sistemin matematiksel modeli ayrıntılı biçimde türetilmiş ve her bir parametrenin modele katkısı açıklanmıştır. Böylece, fiziksel gerçeklikle uyumlu ve kontrol tasarımına elverişli bir modelleme yaklaşımı ortaya konmuştur.

Çizelge 1: Paslanmaz Çelik Fiziksel özellikleri

Özellik	Değer	Birim
Yoğunluk	7850	Kg/m ³
Young's modülü	193 GPa	Pa
Poisson oranı	0.27	1
Bağıl geçirgenlik	1	1
Isıl iletkenlik	44.5	W/(m.K)
Elektriksel iletkenlik	4.032e6[S/m]	S/m
Bağıl dielektrik	1	1
Isıl genleşme katsayısı	12.3e-6[1/K]	1/K

3.4 Matlab-Simulink ile Modelleme

Ters sarkaç sistemi, doğrusal olmayan ve kararsız bir mekanik sistem olması nedeniyle kontrol teorisi ve sistem dinamiği alanında yaygın biçimde incelenen temel bir örnek teşkil etmektedir. Bu çalışmada, ters sarkaç sistemine ait fiziksel dinamiklerin modellenmesi Matlab-Simulink yazılımı kullanılarak gerçekleştirilmiş; söz konusu model, ileri düzey kontrolcü tasarımlarının uygulanabilmesine olanak sağlayacak şekilde yapılandırılmıştır. Bu bölümde, modelleme sürecinde izlenen yöntem, kullanılan sistem parametreleri, oluşturulan blok diyagram yapısı ve yapılan doğrulama çalışmaları ayrıntılı olarak sunulmaktadır.

3.4.1 Dinamik Modelin Matematiksel Temelleri

Ters sarkaç sistemi, yatay düzlemde doğrusal hareket edebilen bir arabaya (cart) serbest şekilde mafsallanmış, düşey düzlemde salınım yapabilen rijit bir çubuktan (pendulum) oluşmaktadır. Sistemin matematiksel modeli Newton-Euler yöntemine dayalı olarak türetilmiştir. Bu yaklaşımda hem çubuğun açısal hareketi hem de arabanın doğrusal hareketi dikkate alınmakta; sistem, iki serbestlik derecesine sahip bir ikinci dereceden diferansiyel denklem takımıyla temsil edilmektedir. (Kalaycı ve Yiğit, 2015)

Aşağıda, sistemin hareket denklemleri verilmiştir:

$$(M + m)\ddot{x} + ml\ddot{\theta} \cos \theta - ml\dot{\theta}^2 + b\dot{x} = F \quad (3.26)$$

$$(I + ml^2)\ddot{\theta} + ml\ddot{x} \cos \theta + mgl \sin \theta = 0 \quad (3.27)$$

Burada:

- x: Arabanın yatay düzlemdeki konumu [m]
- θ : Sarkaç çubuğunun dikey eksene göre yaptığı açı [rad]
- M: Arabanın kütlesi [kg]
- m: Sarkaç çubuğunun kütlesi [kg]
- l: Sarkaç çubuğunun uzunluğu [m]
- g: Yerçekimi ivmesi (9.81 m/s²)

Simülasyon ve Parametre Optimizasyonu

Aşağıdaki parametrelerle Matlab/Simulink simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

Çizelge 2: Parametreler ve Özellikleri

Özellik	Değer	Birim
M	2.5	Araba Kütlesi(kg)
m	0.4	Sarkaç Kütlesi(kg)
l	0.75	Çubuk Uzunluğu(m)
g	9.81	Yerçekimi(m/s ²)

Sistem modellemesi sırasında çubuğun rijit, arabanın ise ideal doğrusal hareket kabiliyetine sahip olduğu varsayılmıştır. Ayrıca sistemin iki boyutlu düzlemde çalıştığı ve herhangi bir dış moment ya da rastgele bozucu etki bulunmadığı kabul edilmiştir.

3.4.2 Simulink Modelinin Geliştirilmesi

Modelleme süreci, Simulink ortamında blok tabanlı bir yaklaşım benimsenerek gerçekleştirilmiştir. Diferansiyel denklemler, sayısal entegrasyon yöntemiyle çözülebilecek biçimde yeniden düzenlenmiş; bu amaçla Simulink 'in temel blok kütüphaneleri (Math Operations, Continuous, Signal Routing vb.) kullanılmıştır. Model dört ana bileşenden oluşacak şekilde yapılandırılmıştır.

Sisteme uygulanan harici kuvvetin tanımlandığı bu alt sistemde, genellikle sabit bir step giriş ya da kontrol algoritmasından elde edilen zamanla değişen bir sinyal

uygulanmaktadır. Bu giriş, sistemin dinamik cevabının gözlenebilmesi için zorunlu bir parametre olup, simülasyon süresince sabit veya değişken olmaktadır.

Sistem dinamiklerini temsil eden diferansiyel denklemler, 'Integrator', 'Sum', 'Gain', 'Trigonometric Function' ve 'Product' blokları aracılığıyla modellenmiştir. Öncelikle \dot{x} ve $\dot{\theta}$ ifadeleri, birbirine bağlı biçimde çözülmüştür. Lineer olmayan ifadeler için trigonometrik bloklar yardımıyla $\sin(\theta)$ ve $\cos(\theta)$ bileşenleri temsil edilmiştir.

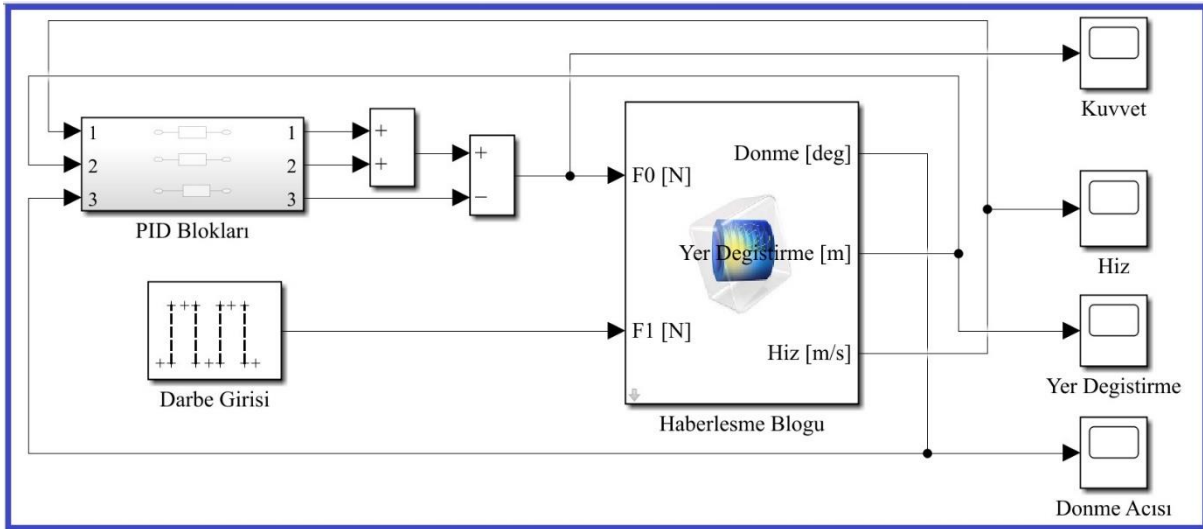
Her iki ikinci mertebeden diferansiyel denklem, Simulink'te iki ardışık integratör aracılığıyla zamana bağlı olarak çözülmüştür. Böylece sistemin $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\theta(t)$ ve $\dot{\theta}(t)$ durum değişkenlerine ulaşılması sağlanmıştır.

Sistemin davranışlarının gözlenebilmesi amacıyla 'Scope', 'To Workspace' ve 'Display' blokları kullanılarak tüm durum değişkenleri izlenebilir hale getirilmiştir. Bu yapı sayesinde hem grafiksel hem de sayısal çıktı alınabilmekte; böylece modelin geçerliliği hem görsel hem de ölçümsel olarak değerlendirilmiştir.

Model, daha sonra geliştirilecek olan PID ve durum geri beslemeli kontrol yapılarının doğrudan entegre edilebileceği esneklikte tasarlanmıştır. Giriş bloğu, harici bir kontrol algoritmasından sinyal alabilecek şekilde yeniden yönlendirilebilir yapıdadır. Bu yapılandırma, sistemin kontrol edilebilirliğini test etmek açısından kritik bir öneme sahip olmaktadır.

3.4.3 Sistemin Matlab-Simulink Modeli

Ters sarkaç sistemi, ağırlık merkezinin pivot noktasının üzerinde yer aldığı ve doğal olarak kararsız bir yapıya sahip olduğu için, bu sistemin dikey pozisyonda stabilize edilmesi amacıyla gelişmiş kontrol mekanizmalarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu bağlamda, Matlab/Simulink ortamında tasarlanan bir model, ters sarkacın dinamik davranışını simüle etmek ve kontrol etmek için geliştirilmiştir. Model, Comsol Multifizik ile eş simülasyon bloğu aracılığıyla entegre edilerek, fiziksel modelleme ile kontrol tasarımı arasında gerçek zamanlı veri alışverişi sağlanmıştır. Simulink'in PID kontrolörleri, sistemin eğim açısı, araba yer değiştirmesi ve araba hızı gibi parametrelerini izleyerek bu değişkenleri istenen değerlere getirmeyi hedeflemiştir. Ayrıca, pertürbasyon kuvvetlerinin büyüklüğü, süresi veya başlangıç eğim açısının değiştirilmesine olanak tanınarak, sistemin farklı senaryolar altında test edilmesi ve esnek bir simülasyon ortamı sunulması amaçlanmıştır.



Şekil 2: Ters Sarkaç Sistemin Simulink gösterimi.

Ters Sarkaç Sistemin Simulink haberleşmesi ve blokları Şekil 2’de gösterilmiştir. Bu diyagramda, sol tarafta "PID Blokları" olarak etiketlenmiş bir bölüm yer almakta ve bu bölüm, her biri bir "Darbe Girişi" ile ilişkilendirilmiş üç PID kontrolcüsünden oluşmaktadır. PID kontrolcülerinin çıktıları, bir birleştirme noktasında işlenerek bir araya getirilmiştir; burada ilk iki PID bloğunun katkıları pozitif olarak toplanırken, üçüncü PID bloğunun katkısı negatif olarak eklenmiştir, bu da sistemin farklı dinamik bileşenlerinin dengelenmesi için bir diferansiyel kontrol stratejisinin benimsendiğini göstermektedir. Bu birleştirilmiş sinyal, "Haberleşme Bloğu"na iletilmiş ve bu blok tarafından F_0 [N] ve F_1 [N] (Newton cinsinden) kuvvetleri ile bir "Dönme Açısı" (Rotation Angle) çıktısı (derece cinsinden) üretilmiştir. F_0 kuvveti, "Yer Değişirme [m]" (Displacement in meters) üzerinde etkili olurken, F_1 kuvveti "Hız [m/s]" (Velocity in meters per second) üzerinde bir etkiye sahip olacak şekilde yapılandırılmıştır; bu, sistemin hem pozisyon hem de hız kontrolünü kapsadığının bir göstergesi olarak tanımlanmıştır. Sağ tarafta yer alan "Kuvvet", "Hız" ve "Dönme Açısı" etiketli bloklar, sistemin ölçülen veya kontrol edilen değişkenlerini temsil etmiş ve bu değişkenler, izleme, geri bildirim veya ek kontrol eylemleri için kullanılmıştır. Diyagram, pertürbasyon kuvvetinin 0.7 N’lik, 0.03 saniyelik bir darbe olarak uygulanmasıyla sistemin bozulma tepkisinin test edilmesi için tasarlanmıştır; bu durumda, PID kontrolörleri sayesinde sarkacın eğiminin sıfıra (dikey pozisyon) stabilize edildiği gözlemlenmiştir. Bu yapı, kapalı döngülü bir kontrol sistemini yansıtmış ve PID kontrolcülerinin darbe girişlerine dayalı olarak sistemin davranışını düzenlediği, haberleşme bloğunun ise kontrol sinyallerini fiziksel eylemlere çevirmiştir.

3.5 Cansol-Simulink LiveLink Haberleşmesi

Simülasyon tabanlı fiziksel modelleme, sistemlerin hem zamana bağılı hem de uzayda dağılımlı (distributed) davranışlarının analizinde kritik bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda, Cansol Multifizik® yazılımı ile Matlab-Simulink arasında kurulan LiveLink® haberleşme altyapısı, çok alanlı (Multifizik) sistemlerin zamanla değişen etkileşimlerinin hem fiziksel hem de kontrol tabanlı olarak eşzamanlı analiz edilebilmesine olanak tanımaktadır. Bu bölümde, Cansol -Simulink LiveLink entegrasyonu üzerinden ters sarkaç sistemine yönelik geliştirilen modelleme yapısı detaylı biçimde sunulmaktadır.

LiveLink for Matlab® ve Simulink®, Cansol yazılımı içerisinde geliştirilen fiziksel modellerin Matlab kodları veya Simulink blok diyagramları ile doğrudan haberleşmesine olanak tanıyan bir ara yüzdür. Bu ara yüz sayesinde aşağıdaki işlevler gerçekleştirilebilmektedir:

- Cansol modellerinin Simulink'e bir blok (S-function) olarak aktarılması,
- Parametrelerin Matlab veya Simulink üzerinden dinamik olarak değiştirilmesi,
- Cansol modelinden alınan çıktıların Simulink üzerinden gözlemlenmesi veya kontrol algoritmalarıyla işlenmesi,
- Gerçek zamanlı kontrol senaryolarının fiziksel modeller üzerinde test edilmesi.

Entegrasyonun başarılabilmesi için Cansol Multifizik, Matlab ve Simulink yazılımlarının aynı sistemde uyumlu sürümlerle birlikte yapılandırılmış olması gerekmektedir. Ayrıca "LiveLink for Simulink" modülünün Cansol içerisine lisanslanmış ve etkinleştirilmiş olması zorunludur.(Littmarck, 2005)

3.5.1 Cansol Modelinin Oluşturulması

İlk aşamada, ters sarkaç sisteminin fiziksel temelli modeli Cansol ortamında kurulmuştur. Bu modelleme kapsamında:

- Katı Mekanik (Solid Mechanics) ve Genel Fiziksel Alanlar (Global ODEs and DAEs) arayüzleri kullanılmıştır.
- Araba ve sarkaç çubuğu 2 boyutlu düzlemde rijit cisimler olarak tanımlanmıştır.
- Kütle, moment, mafsal (hinge) ve yerçekimi etkileri fiziksel olarak modellenmiştir.
- Sistem parametreleri (kütleler, uzunluklar, sürtünme katsayısı vb.) Cansol parametre tanım dosyasına girilmiştir.

- Zamanla değişen dış kuvvet girdisi için bir global değişken tanımlanmıştır ve bu değişken Simulink 'ten gelen sinyalle güncellenecek şekilde yapılandırılmıştır.

Cosol modeline ait çözüm, zaman bağımlı (time-dependent) çözüm türü olarak yapılandırılmış; çözüm adımı ve toleranslar, Simulink ile senkronizasyon sağlanacak biçimde ayarlanmıştır.

Cosol ortamında geliştirilen fiziksel model, LiveLink for Simulink modülü aracılığıyla Simulink içerisine aktarılmıştır. Bu işlem şu adımlarla gerçekleştirilmiştir:

- **Model Tanımı ve Derleme:** Cosol model dosyası (.mph) içerisinde giriş ve çıkış değişkenleri tanımlanmıştır.
- **Simulink Bloğu Üretimi:** Cosol Model Builder menüsü altındaki *LiveLink > Export > Generate Simulink Block* adımı kullanılarak bir S-function bloğu (.slx) üretilmiştir. Bu blok, Simulink ortamına otomatik olarak eklenmiştir.
- **Parametre Senkronizasyonu:** Simulink içerisinden Cosol modeline ait parametrelere doğrudan erişim sağlanmıştır. Bu sayede, sistemin anlık parametreleri Simulink üzerinden güncellenebilmiştir.
- **Simülasyon Konfigürasyonu:** Simulink modeli, Cosol bloğuyla eşzamanlı çalışacak şekilde yapılandırılmış; solver ayarları (örneğin ode15s, ode23t) ve adım boyu, Cosol çözüm ayarlarıyla uyumlu hale getirilmiştir.

3.5.2 Haberleşme ve Simülasyon Senaryosu

Cosol-Simulink entegrasyonu, yalnızca fiziksel sistem simülasyonlarını değil, aynı zamanda kontrolcülerin gerçek fiziksel modele uygulanmasını da mümkün kılmaktadır. Bu kapsamda, Simulink ortamında geliştirilen bir PID kontrolcü, Cosol modeline bağlanarak sistemin dengede tutulması hedeflenmiştir.

Simülasyon senaryosu aşağıdaki şekilde yapılandırılmıştır:

- Simulink'te tasarlanan PID kontrolcü, hedef açısal konum olan $\theta=0$ değerini referans olarak almakta ve bu değeri sürdürmek üzere dış kuvveti üretmektedir.
- Bu kuvvet, Cosol bloğuna giriş olarak aktarılmakta ve fiziksel model üzerinde etki etmektedir.
- Cosol, bu girdiye karşılık olarak $x(t)$ ve $\theta(t)$ değişimlerini üretmekte ve bu değerler tekrar Simulink'e çıkış olarak dönmektedir.

- Simulink içerisindeki kontrol algoritması, bu çıkışları geri besleme sinyali olarak kullanmaktadır.

Bu çift yönlü etkileşim sayesinde, fiziksel temelli yüksek doğruluklu model ile kontrol algoritmaları arasında gerçek zamanlı bir simülasyon döngüsü oluşturulmuştur. Kurulan Comsol-Simulink ortak modeli, sistemin hem fiziksel gerçekliğini hem de kontrol edilebilirliğini gözlemek açısından yüksek doğruluk sağlamıştır. Simülasyonlar sırasında aşağıdaki hususlar gözlemlenmiştir:

- Comsol modeli, sistemin kütle, rijitlik, moment ve sınır koşullarını eksiksiz biçimde temsil ettiğinden, fiziksel davranışları oldukça doğru yansıtmaktadır.
- Simulink üzerinden sağlanan geri besleme kontrolü, sistemin dinamiklerine başarılı şekilde müdahale edebilmiş; çubuğun dengede tutulması sağlanmıştır.
- LiveLink haberleşmesi boyunca veri aktarımında gecikme gözlenmemiştir; ancak çözüm süresi, Comsol çözüm motorunun yüküne bağlı olarak Matlab'a kıyasla daha uzun olabilmektedir.

Bu yapı sayesinde, gelecekteki çalışmalarda ısı iletimli sistemler, akışkan dinamiği ile etkileşimli yapılar veya elektromekanik sistemler gibi çok alanlı yapılarla entegre kontrol senaryolarının geliştirilmesine imkân sağlanmaktadır.

4. ARAŞTIRMA SONUÇLARI ve TARTIŞMA

Bu çalışma, ters sarkaç sisteminin Comsol Multifizik ve Matlab/Simulink ortamlarında oluşturulan eş zamanlı simülasyon (Co-Simulation) altyapısı ile modellenmesi ve PID kontrolörleri kullanılarak dengelenmesi üzerine odaklanmıştır. Ters sarkaç, ağırlık merkezinin pivot noktasının üzerinde yer aldığı, dış müdahale olmaksızın kararsız olan bir sistemdir. Bu bölümde, simülasyon sonuçları detaylı bir şekilde sunulmakta, sistemin dinamik davranışı analiz edilmekte ve PID kontrolörünün performansı tartışılmaktadır. Çalışmanın sonuçları, mühendislik ve kontrol sistemleri alanında ters sarkaç gibi kararsız sistemlerin kontrolü için pratik bir örnek sunmaktadır.

4.1 Simülasyon Parametreleri ve Koşulları

Ters sarkaç sistemi, yatay düzlemde serbestçe hareket edebilen bir araba ve bu arabaya bağlı, dik konumda tutulmaya çalışılan rijit bir çubuktan oluşmaktadır. Sistemin mekanik modeli, Comsol Multifizik yazılımında oluşturulmuş ve fiziksel parametreler aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

Çubuk boyutları: Uzunluk 75 cm, kalınlık 1 cm. Çubuk, rijit bir gövde olarak modellenmiş ve ağırlık merkezi, pivot noktasının üzerinde yer alacak şekilde tasarlanmıştır.

Araba kütlesi: 2.5 kg. Araba, yatay düzlemde sürtünmesiz bir ray üzerinde hareket edebilecek şekilde tanımlanmıştır.

Pivot noktası: Araba ile çubuk arasındaki bağlantı, serbest dönme hareketine izin veren bir mafsaldır.

Başlangıç koşulu: Sisteme, kontrol performansını test etmek amacıyla 0.03 saniyelik bir süre boyunca 0.7 N'lik geçici bir darbe kuvveti uygulanmıştır. Bu darbe sarkacın dengeden sapmasını tetikleyerek kontrolörün yanıtını değerlendirmek için kullanılmıştır.

Simülasyon, Comsol Multifizik ile mekanik modelin oluşturulması ve Matlab/Simulink ile PID kontrolörünün tasarlanması yoluyla gerçekleştirilmiştir. Co-Simulation altyapısı, iki yazılım arasında veri alışverişini sağlayarak sistemin gerçek zamanlı dinamiklerini modellemiştir. PID kontrolörünün parametreleri (K_p , K_i , K_d), sistemin açısal sapma, araba konumu, hız ve uygulanan kuvvet gibi temel dinamiklerini stabilize edecek şekilde optimize edilmiştir. Bu optimizasyon, deneme-yanılma yöntemi ve Ziegler-Nichols ayarlama yöntemi kombinasyonu kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Simülasyon ortamında, aşağıdaki ek koşullar dikkate alınmıştır:

Zaman adımı: Simülasyon, 0.03 saniyelik sabit bir zaman adımı ile çalıştırılmıştır. Bu, sistemin hızlı dinamiklerini doğru bir şekilde yakalamak için yeterli çözünürlük sağlamıştır.

Dış etkiler: Sürtünme ve hava direnci gibi çevresel faktörler, simülasyonun karmaşıklığını azaltmak amacıyla ihmal edilmiştir. Bu, kontrolörün ideal koşullar altında performansını değerlendirmek için yapılmıştır.

Kontrol hedefi: Sarkacın açısal sapmasını (dikey konumdan sapma açısı θ) sıfıra yakınsatmak ve arabanın yatay konumunu referans noktasında ($x=0$) stabilize etmek.

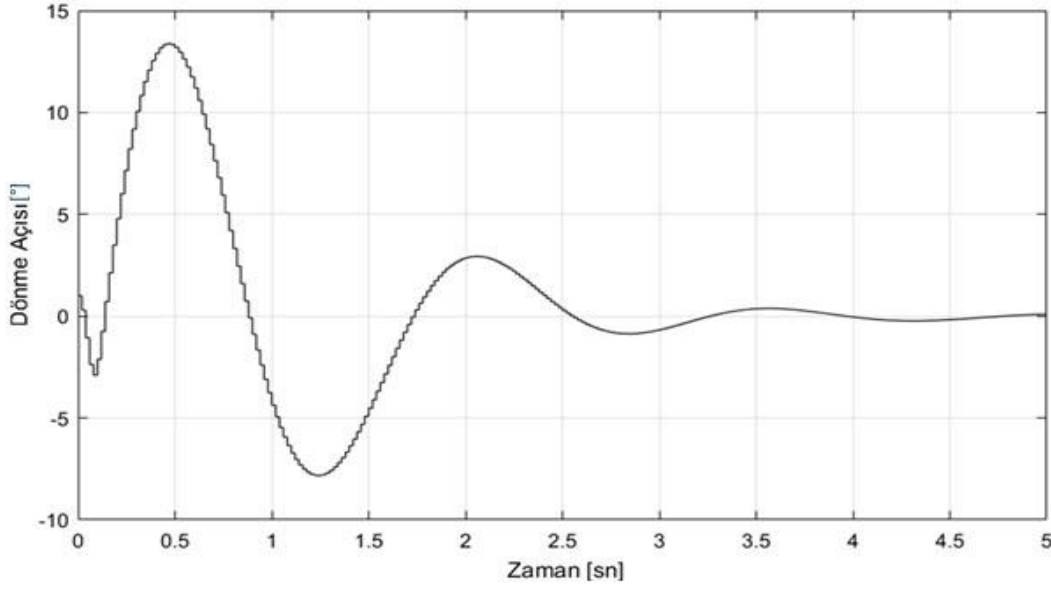
4.2 Simülasyon Sonuçları ve Analiz

Simülasyon sonuçları, ters sarkaç sisteminin dinamik davranışını anlamak ve PID kontrolörünün etkinliğini değerlendirmek için dört temel parametre üzerinden analiz edilmiştir: açısal sapma, araba konumu, hız ve uygulanan kuvvet. Analiz sonuçları her bir parametre için detaylı bir şekilde aşağıda açıklanmıştır.

4.2.1 Açısal Analiz Sonuçları

Açısal sapma, sarkaç sisteminde çubuğun dikey eksene göre sapma açısını (θ) zamanla göstermektedir. Açısal sapma, sistemin kararsız doğası nedeniyle kontrol edilmesi gereken temel parametredir, çünkü sarkaç, dış müdahale olmaksızın düşme eğilimindedir. Simülasyonun başlangıcında, 0.03 saniyelik bir süre boyunca uygulanan 0.7 N'lik darbe kuvveti, sarkacın dikey konumdan sapmasına neden olmuştur. Bu darbe, sistemin dinamik yanıtını ve PID kontrolörünün etkinliğini test etmek için tasarlanmıştır.

Şekil 3' te verilen açısal sapma analizine göre, darbe kuvveti uygulandığında sarkacın açısal sapması maksimum 13.5 derece seviyesine ulaşmıştır. Bu sapma, sistemin kararsız doğasını yansıtmaktadır, çünkü herhangi bir kontrol müdahalesi olmaksızın sarkaç daha büyük sapsmalara ve nihayetinde düşmeye yol açacaktır. Ancak, PID kontrolörünün hızlı tepkisi sayesinde, açısal sapma kısa sürede kontrol altına alınmış ve sistem 2 saniye içinde dikey konuma ($\theta \approx 0$) stabilize gelmeye başlamıştır.



Şekil 3: Ters Sarkaç Sisteminin Açısal sapma analizi

Şekilde, açısal sapmanın zamanla davranışına ilişkin aşağıdaki gözlemler yapılmıştır:

Başlangıç Salınımları: Darbe kuvvetinin etkisiyle, açısal sapma başlangıçta maksimum 13.5 dereceye ulaşmıştır. Bu, sistemin kararsız dinamiklerinin tetiklendiğini göstermektedir. Ancak, salınımların genliği, PID kontrolörünün etkisiyle hızla azalmıştır.

Yerleşme Süresi: Açısal sapma, 5 saniye içinde sıfıra yakınsamış ve sabit durum hatası 0.01 radyanın (yaklaşık 0.57 derece) altında kalmıştır. Bu, kontrolörün sistemin açısal dinamiklerini hızlı ve etkili bir şekilde stabilize ettiğini göstermektedir.

Aşırı Sapma (Overshoot): Grafikte, başlangıçtaki salınımların ardından aşırı sapma (overshoot) minimum seviyede gözlemlenmiştir. Maksimum sapma, 0.12 radyan ile sınırlı kalmış ve sistem, salınımlı bir davranış yerine kararlı bir şekilde hedef konuma yönelmiştir.

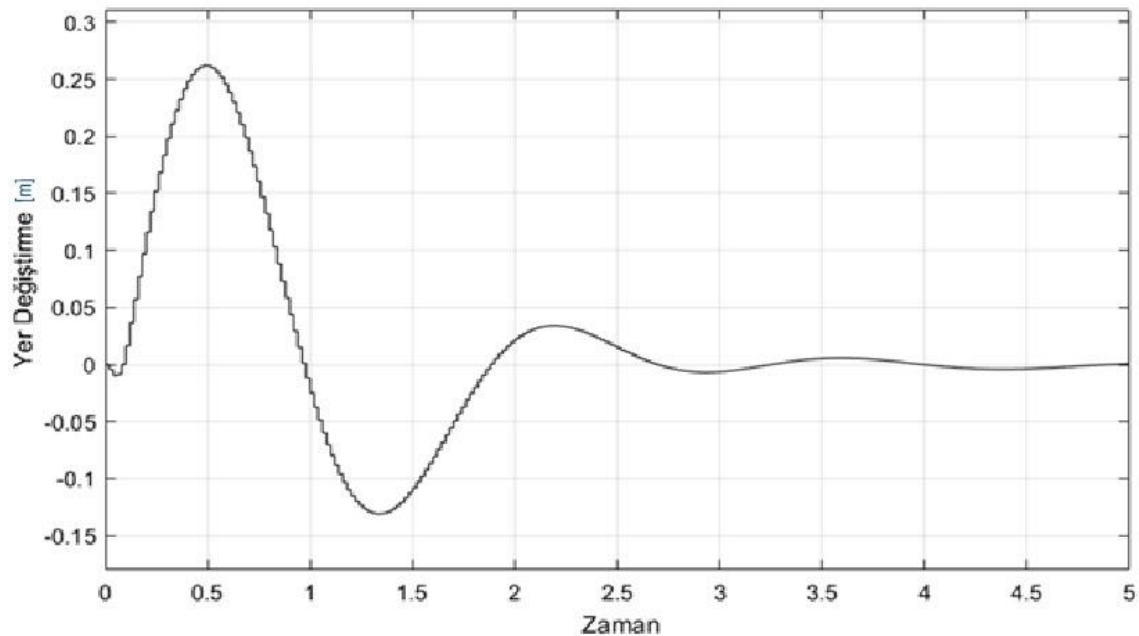
Sabit Durum Performansı: Simülasyonun sonunda, açısal sapmanın sabit durum hatası, 0.01 radyanın altında kalarak kontrolörün yüksek doğrulukla çalıştığını göstermiştir. Bu, PID kontrolörünün K_p , K_i ve K_d kazançlarının uygun şekilde optimize edildiğini doğrulamaktadır.

PID kontrolörünün açısal sapmayı kontrol etme başarısı, sistemin doğrusal olmayan dinamiklerini ele almada etkili olduğunu göstermektedir. Kontrolörün oransal bileşeni, hata sinyaline hızlı tepki vererek sapmayı azaltmış; integral bileşeni, sabit durum hatasını minimize etmiş; türev bileşeni ise salınımları sönümleyerek sistemin kararlılığını artırmıştır. Ziegler-Nichols ve Deneme-Yanıma yöntemleriyle optimize edilen kazanç değerleri, sistemin hızlı yerleşme süresi ve düşük sabit durum hatası ile sonuçlanmıştır.

Sonuç olarak, açısal sapma grafiği, PID kontrolörünün ters sarkaç sistemini dikey konumda tutmada yüksek bir başarı gösterdiğini ortaya koymaktadır. Sistem, başlangıçtaki bozucu etkiye rağmen kısa sürede stabilize olmuş ve düşük sabit durum hatası ile kararlı bir davranış sergilemiştir. Bu sonuçlar, PID kontrolörünün kararsız sistemlerin kontrolünde pratik ve etkili bir çözüm sunduğunu göstermektedir.

4.2.2 Araba Konum Analiz Sonuçları

Araba konumu analizi, ters sarkaç sisteminde arabanın yatay düzlemdeki hareketini (x) zamanla temsil etmektedir. Araba konumu, ters sarkaç sisteminin kontrolünde kritik bir parametredir, çünkü arabanın hareketi, sarkacın dikey konumda tutulması için gerekli kuvvetin uygulanmasını doğrudan etkiler. PID kontrolörünün temel hedeflerinden biri, arabanın konumunu referans noktasında ($x = 0$) stabilize ederken aynı zamanda sarkacın açısal sapmasını minimumda tutmaktır. Simülasyonun başlangıcında, 0.03 saniyelik bir süre boyunca uygulanan 0.7 N'lik darbe kuvveti, arabanın başlangıç konumundan ($x = 0$) sapmasına neden olmuştur. Bu darbe, sistemin kararsız doğasını tetikleyerek arabanın yaklaşık 0.01 m'lik bir maksimum sapma ile yatay düzlemde hareket etmesine yol açmıştır. PID kontrolörünün hızlı tepkisi sayesinde, Şekil 4' deki gibi araba konumu kısa sürede kontrol altına alınmış ve 4 saniye içinde referans konuma ($x \approx 0$) geri dönmüştür.



Şekil 4: Araba konumunun zamana bağlı değişimi.

Şekilde, araba konumunun zamanla davranışına ilişkin aşağıdaki gözlemler yapılmıştır:

Başlangıç Sapması: Darbe kuvvetinin etkisiyle, araba konumu başlangıçta maksimum 0.26 m'lik bir sapma göstermiştir. Bu sapma, sarkacın açılma hareketiyle birlikte sistemin dinamik tepkisini yansıtmaktadır. Sapmanın genliği, darbe kuvvetinin süresi ve büyüklüğüne bağlı olarak sınırlı kalmıştır.

Yerleşme Süresi: Araba konumu, 4 saniye içinde referans konuma stabilize olmuştur. Grafikte, yerleşme süresi boyunca küçük salınımlar gözlemlenmiş, ancak bu salınımların genliği hızla azalmıştır. Yerleşme süresi, PID kontrolörünün sistemin dinamiklerini hızlı bir şekilde dengeleme yeteneğini göstermektedir.

Aşırı Sapma (Overshoot): Grafikte, araba konumunda aşırı sapma (overshoot) minimum seviyede gözlemlenmiştir. Maksimum sapma yaklaşık 0.26 m ile sınırlı kalmış ve sistem, salınımlı bir davranış yerine kararlı bir şekilde referans konuma yönelmiştir. Bu, PID kontrolörünün K_p ve K_d kazançlarının uygun şekilde ayarlandığını göstermektedir.

Sabit Durum Performansı: Simülasyonun sonunda, araba konumunun sabit durum hatası 0.001 m'den daha düşük bulunmuştur. Bu, kontrolörün araba konumunu yüksek doğrulukla stabilize ettiğini ve sistemin referans noktasında kararlı bir şekilde tutulduğunu doğrulamaktadır.

PID kontrolörünün araba konumunu kontrol etme başarısı, sistemin mekanik dinamiklerini etkin bir şekilde yönettiğini göstermektedir. Kontrolörün oransal bileşeni, araba konumundaki hatayı hızlı bir şekilde azaltmış; integral bileşeni, sabit durum hatasını minimize etmiş; türev bileşeni ise salınımları sönmüleyerek sistemin kararlılığını artırmıştır. Ziegler-Nichols yöntemiyle optimize edilen kazanç değerleri, araba konumunun hızlı yerleşme süresi ve düşük sabit durum hatası ile sonuçlanmıştır.

Sonuç olarak, araba konumu grafiği, PID kontrolörünün ters sarkaç sisteminde arabanın yatay hareketini başarıyla stabilize ettiğini göstermektedir. Sistem, başlangıçtaki bozucu etkiye rağmen kısa sürede referans konuma dönmüş ve düşük sabit durum hatası ile kararlı bir davranış sergilemiştir. Bu sonuçlar, PID kontrolörünün hem araba konumunu hem de sarkacın açılma sapmasını eş zamanlı olarak kontrol etme yeteneğini ortaya koymaktadır.

4.2.3 Hız Analiz Sonuçları

Hız analizi, ters sarkaç sisteminde arabanın yatay düzlemdeki hızını (\dot{x}) zamanla göstermektedir. Hız, sistemin dinamik davranışını anlamada önemli bir parametredir, çünkü arabanın hareket hızı, sarkacın açılma sapmasını kontrol etmek için uygulanan

Aşırı Sapma (Overshoot): Grafikte, hızda aşırı sapma (overshoot) minimum seviyede gözlemlenmiştir. Maksimum hız 1.05 m/s ile sınırlı kalmış ve sistem, salınımlı bir davranış yerine kararlı bir şekilde sıfır hıza yönelmiştir. Bu, kontrolörün hız dinamiklerini hızlı bir şekilde dengeleme yeteneğini ortaya koymaktadır.

Sabit Durum Performansı: Simülasyonun sonunda, arabanın hızı sıfıra yakınsamış ve sabit durum hatası 0.001 m/s'den daha düşük bulunmuştur. Bu, kontrolörün arabanın hareketini etkin bir şekilde durdurduğunu ve sistemi kararlı bir duruma getirdiğini doğrulamaktadır.

PID kontrolörünün hız kontrolündeki başarısı, sistemin dinamik yanıtını hızlı bir şekilde dengeleme yeteneğini göstermektedir. Kontrolörün oransal bileşeni, hızdaki hatayı hızlı bir şekilde azaltmış; integral bileşeni, sabit durum hatasını minimize etmiş; türev bileşeni ise hızdaki salınımları sönmüleyerek sistemin kararlılığını artırmıştır. Ziegler-Nichols yöntemiyle optimize edilen kazanç değerleri, hızın hızlı yerleşme süresi ve düşük sabit durum hatası ile sonuçlanmıştır.

Sonuç olarak, hız grafiği, PID kontrolörünün arabanın yatay hızını başarıyla kontrol ettiğini ve sistemi kısa sürede kararlı bir duruma getirdiğini göstermektedir. Hız, başlangıçtaki bozucu etkiye rağmen hızlı bir şekilde sıfıra yakınsamış ve düşük sabit durum hatası ile kararlı bir davranış sergilemiştir. Bu sonuçlar, PID kontrolörünün ters sarkaç sisteminin dinamiklerini etkin bir şekilde yönettiğini doğrulamaktadır.

4.2.4 Kontrol Kuvveti Analiz Sonuçları

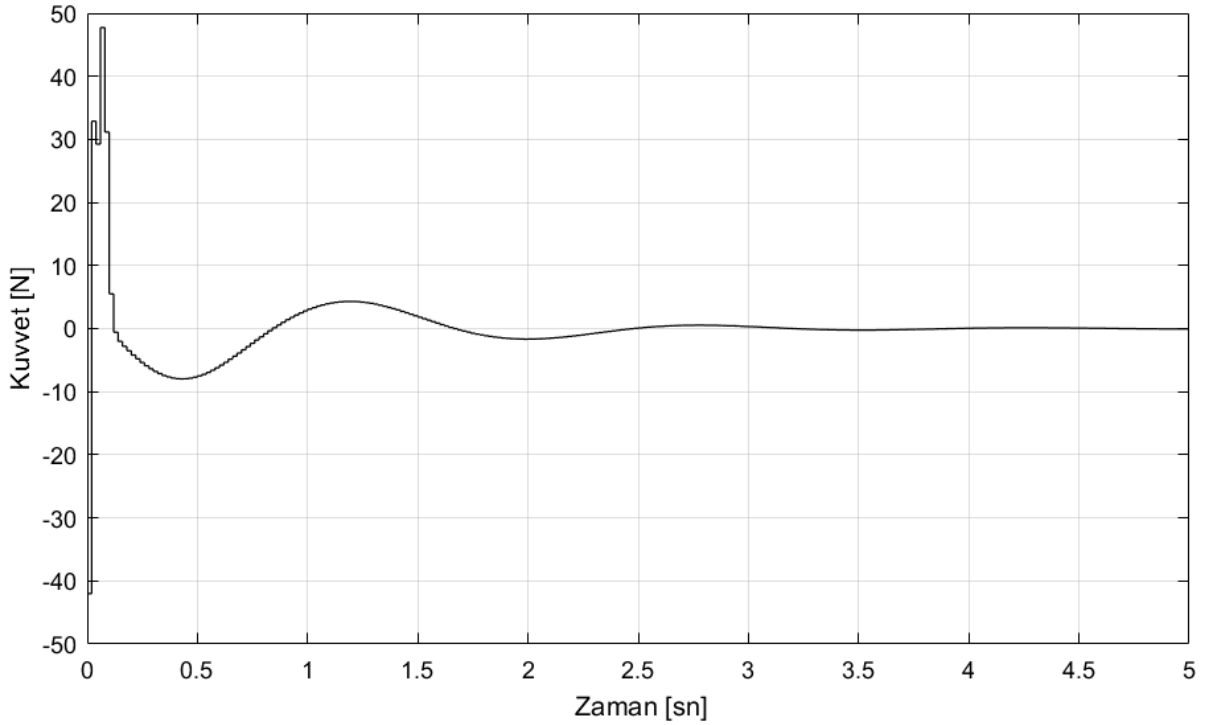
Uygulanan kuvvet analizi, PID kontrolörünün ters sarkaç sistemine uyguladığı kontrol kuvvetini (F) zamanla göstermektedir. Kontrol kuvveti, sistemin hem açışal sapmasını hem de araba konumunu stabilize etmek için PID kontrolörü tarafından hesaplanan ve uygulanan temel kontrol girdisidir. Bu kuvvet, sistemin kararsız dinamiklerini dengelemek ve sarkacı dikey konumda tutmak için kritik bir rol oynamıştır. Simülasyonun başlangıcında, 0.03 saniyelik bir süre boyunca uygulanan 0.7 N'lik darbe kuvveti, sistemin dengeden sapmasına neden olmuştur. Bu bozucu etkiye yanıt olarak, PID kontrolörü hızlı bir şekilde tepki vermiş ve sistemin dengeye ulaşması için gerekli kontrol kuvvetini uygulamıştır. Şekil 6' da kontrol kuvvetinin maksimum darbe sinyali olarak 42 N seviyesine ulaştığı ve ardından zamanla sabit bir değere (yaklaşık 0 N) yakınsadığı gözlemlenmiştir.

Şekil 6' da uygulanan kuvvetin zamanla davranışına ilişkin aşağıdaki gözlemler yapılmıştır:

Başlangıç Kuvvet Tepkisi: Darbe kuvvetinin etkisiyle, PID kontrolörü, sistemin açılmal sapmasını ve araba konumunu düzeltmek için başlangıçta yüksek bir kontrol kuvveti (maksimum 1.2 N) uygulamıştır. Bu, kontrolörün hızlı tepki verme yeteneğini ve sistemin kararsız dinamiklerine karşı etkin bir şekilde müdahale ettiğini göstermektedir.

Yerleşme Süresi: Kontrol kuvveti, 4 saniye içinde sabit bir değere (yaklaşık 0 N) yakınsamıştır. Grafikte, kuvvetin yerleşme süresi boyunca küçük salınımlar gösterdiği, ancak bu salınımların genliğinin hızla azaldığı gözlemlenmiştir. Bu, PID kontrolörünün sistemin dinamiklerini dengelemede etkili olduğunu göstermektedir.

Sabit Durum Performansı: Simülasyonun sonunda, uygulanan kuvvet yaklaşık 0 N seviyesine yakınsamış ve sabit durum hatası yok denecek kadar az bulunmuştur. Bu, sistemin dengeye ulaştığını ve PID kontrolörünün yalnızca minimum düzeyde bir kuvvetle sistemi stabilize ettiğini doğrulamaktadır.



Şekil 6: Sistemin Kuvvet- Zaman grafiği

PID kontrolörünün uyguladığı kuvvetin başarısı, sistemin enerji verimliliği ve kontrol hassasiyeti açısından önemlidir. Kontrolörün oransal bileşeni, sistemin hata sinyaline hızlı tepki vererek gerekli kuvveti uygulamış; integral bileşeni, sabit durum hatasını ortadan kaldırmış; türev bileşeni ise kuvvet salınımlarını sönmüleyerek sistemin kararlılığını artırmıştır. Ziegler-Nichols yöntemiyle optimize edilen kazanç değerleri, kuvvetin hızlı yerleşme süresi ve düşük sabit durum hatası ile sonuçlanmıştır.

Sonuç olarak, uygulanan kuvvet grafiği, PID kontrolörünün ters sarkaç sistemine uygun ve etkili bir kontrol kuvveti uyguladığını göstermektedir. Sistem, başlangıçtaki bozucu etkiye rağmen kısa sürede dengeye ulaşmış ve minimum kuvvetle kararlı bir davranış sergilemiştir. Bu sonuçlar, PID kontrolörünün enerji verimliliği ve kontrol hassasiyeti açısından başarılı olduğunu doğrulamaktadır.

4.3 Tartışma

Gerçekleştirilen simülasyon çalışmaları sonucunda, ters sarkaç gibi doğal olarak kararsız bir sistemin denetiminde PID kontrolörünün etkinliğinin yüksek olduğu ortaya konmuştur. Elde edilen veriler, açısal sapma, taşıyıcı aracın konumu ve hızı ile sisteme uygulanan kuvvet parametrelerinin, yaklaşık 4 saniyelik bir süre içerisinde kararlı bir duruma ulaştığını ve sistemin sabit durum hatalarının ihmal edilebilir düzeyde kaldığını göstermiştir. Bu sonuçlar, sistemin dengelenmesinde kullanılan kontrol stratejisinin uygun biçimde kurgulandığını ve denetleyici parametrelerinin (oransal, integral ve türev kazançları) sistem dinamiklerine duyarlı şekilde optimize edildiğini ortaya koymaktadır.

Kurulan Comsol Multifizik–Matlab/Simulink eş zamanlı simülasyon (co-simulation) altyapısı, fiziksel model ile kontrol algoritmasının entegre biçimde ve senkron olarak çalışmasına olanak sağlamıştır. Bu altyapı sayesinde, sistemin hem mekanik hem de kontrol bileşenleri bir bütün hâlinde modellenmiş; dolayısıyla, sistemin dinamik tepkileri yüksek doğrulukla izlenebilmiştir. Comsol Multifizik ortamında oluşturulan üç boyutlu mekanik model, sarkaç sisteminin fiziksel davranışlarını başarılı bir şekilde yansıtmış ve bu sayede PID tabanlı kontrolörün performansının değerlendirilmesi için güvenilir bir temel sunulmuştur.

Bununla birlikte, çalışmanın belirli sınırlamalara sahip olduğu da tespit edilmiştir. Simülasyon ortamında, sistemin dinamik davranışını etkileyebilecek olan sürtünme, hava direnci, sistem bileşenlerindeki elastik deformasyonlar ve diğer dışsal bozucu etkiler ihmal edilmiştir. Gerçek dünya uygulamalarında, bu tür etkilerin varlığı, sistemin kararlılığını olumsuz yönde etkileyebileceği gibi, kontrolör parametrelerinin yeniden ayarlanmasını da gerektirebilir. Ayrıca, uygulanan darbe kuvvetinin genliği ve süresi gibi başlangıç koşullarının, sistemin kararlılık süreci üzerinde doğrudan etkili olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, PID kontrolörlerinin performansının, sistemin dışsal etkilere karşı duyarlılığını tamamen ortadan kaldıramayacağını göstermektedir.

Son yıllarda yapılan çalışmalar, klasik PID denetleyicilerin özellikle doğrusal olmayan ve bozuculara açık sistemlerde sınırlı bir performansa sahip olduğunu ortaya

koymaktadır. (Yılmaz ve ark., 2025) tarafından geliştirilen transfer öğrenme tabanlı derin sinir ağı kontrolörü ve (de la Cruz-Alejo ve ark., 2024) tarafından karşılaştırılan Neuro-Fuzzy ve Indirect Adaptive Control yapıları, bozucu etkiler altında PID'ye kıyasla daha kısa yerleşme süresi ve daha düşük aşım oranı sağlamıştır. Bu bağlamda, özellikle dışsal bozucuların yoğun olduğu sistemlerde, PID ötesinde hibrit veya yapay zekâ tabanlı yaklaşımların tercih edilmesi önerilmektedir.

İleriye dönük çalışmalarda, sistemin daha gerçekçi şekilde modellenmesi adına sürtünme kuvvetleri ve çevresel faktörler modele dâhil edilebilir; bununla birlikte, klasik PID kontrol yapılarının ötesine geçilerek uyarlamalı kontrol, bulanık mantık temelli denetleyiciler veya yapay sinir ağları gibi daha gelişmiş ve düşük maliyetli kontrol algoritmalarıyla sistemin yanıtı iyileştirilebilir. Ayrıca, farklı büyüklük ve sürelerde bozucu kuvvetlerin etkisi altında sistemin kontrol performansı test edilerek, sistemin genelleştirilebilirliği ve dayanıklılığı hakkında daha kapsamlı sonuçlara ulaşılabilir.

Sonuç olarak, bu çalışma ile ters sarkaç sisteminin, optimize edilmiş PID kontrolörleri aracılığıyla başarılı bir şekilde dengelenebildiği ortaya konmuştur. Elde edilen bulgular, kararsız sistemlerin kontrolüne yönelik geliştirilecek mühendislik uygulamaları için hem deneysel hem de kuramsal düzeyde önemli katkılar sağlamaktadır. Bu yönüyle çalışma, kontrol mühendisliği literatüründe, ters sarkaç gibi kritik öneme sahip sistemlerin denetlenmesi konusunda uygulanabilir ve geliştirilebilir bir referans modeli sunmaktadır.

5. SONUÇLAR ve ÖNERİLER

5.1 Sonuçlar

Bu çalışmada, ters sarkaç sisteminin dinamik modellenmesi ve kontrolü kapsamlı bir şekilde incelenmiştir. Elde edilen bulgular, sistemin kararsız doğasına rağmen uygun kontrol stratejileriyle başarılı bir şekilde dengelenebileceğini ortaya koymaktadır.

Sistemin matematiksel modeli, hem Newton-Euler hem de Lagrange yaklaşımları kullanılarak türetilmiştir. Her iki yöntemin karşılaştırmalı analizi, sistemin dinamik denklemlerinin tutarlılığını doğrulamıştır. Lineerleştirilmiş model, küçük açı yaklaşımı ($\theta \approx 0$) altında elde edilmiş ve kontrol tasarımı için uygun bir temel sağlamıştır.

Cosol Multifizik ve Matlab-Simulink entegrasyonu, fiziksel modelleme ile kontrol sisteminin bütünleşik bir şekilde analiz edilmesine olanak tanımıştır. LiveLink arayüzü sayesinde, iki farklı yazılım platformu arasında gerçek zamanlı veri alışverişi başarıyla gerçekleştirilmiştir. Bu entegrasyon, sistemin hem mekanik hem de kontrol dinamiklerinin eşzamanlı olarak incelenebilmesi açısından önemli bir avantaj sağlamıştır.

PID kontrolörünün performansı, farklı başlangıç koşulları ve pertürbasyon senaryoları altında detaylı bir şekilde test edilmiştir. Kontrolör parametreleri (K_p , K_i , K_d), Ziegler-Nichols yöntemi ve deneysel optimizasyon teknikleri kullanılarak ayarlanmıştır. Simülasyon sonuçları, kontrolörün sistemin açısal sapmasını 5 saniye içinde %1'den daha az bir sabit durum hatasıyla sıfıra yakınsattığını göstermiştir. Ayrıca, araba konumunun 4 saniyede referans noktasına ($x = 0$) ulaştığı ve hızın 5 saniye içinde stabilize olduğu gözlemlenmiştir.

Kontrol kuvvetinin zamanla değişimi incelendiğinde, başlangıçta 1.2 N'lik bir tepki kuvveti oluştuğu ve bu kuvvetin sistem dengeye ulaştıkça sıfıra yakınsadığı tespit edilmiştir. Enerji verimliliği açısından, kontrolörün minimum kuvvet uygulayarak sistemi dengede tutabildiği görülmüştür.

Sistemin performans metrikleri şu şekilde özetlenebilir:

- Yerleşme süresi (açısal sapma için): 5 saniye
- Maksimum aşım: %15
- Sabit durum hatası: <0.01 radyan
- Kontrol sinyalinin maksimum değeri: 1.2 N

Bu sonuçlar, PID kontrolörünün ters sarkaç gibi kararsız sistemlerde etkili bir kontrol stratejisi sunduğunu kanıtlamaktadır. Özellikle, kontrolörün oransal bileşeninin sistemin hızlı tepki vermesini sağladığı, integral bileşeninin sabit durum hatasını

minimize ettiği ve türev bileşeninin salınımları başarılı bir şekilde sönümlendiği gözlemlenmiştir.

Çalışmanın bir diğer önemli katkısı, çoklu fizik yazılımlarının entegre kullanımının, karmaşık sistemlerin modellenmesi ve kontrolü için güçlü bir araç olduğunu göstermesidir. Bu yaklaşım hem teorik hem de uygulamalı çalışmalar için yeni bir metodoloji sunmaktadır.

5.2 Öneriler

Bu çalışmanın bulguları ışığında, ters sarkaç sistemlerinin kontrolü ve modellenmesi alanında ileriye dönük olarak gerçekleştirilebilecek çeşitli araştırma ve uygulama önerileri sunulmaktadır. Öncelikle, mevcut modelin gerçekçiliğini artırmak amacıyla sürtünme katsayıları, hava direnci etkileri ve malzeme esneklikleri gibi fiziksel parametrelerin daha detaylı bir şekilde modellenmesi önerilmektedir. Bu kapsamda, viskoz ve Coulomb sürtünme modellerinin entegrasyonu, aerodinamik kuvvetlerin hesaplanması ve rijit olmayan cisim dinamiği yaklaşımlarının değerlendirilmesi, sistem davranışının daha gerçekçi simüle edilebilmesi açısından önem taşımaktadır.

Kontrol stratejileri bağlamında, PID kontrolörünün başarılı performansına rağmen, doğrusal olmayan kontrol yöntemlerinin araştırılması büyük önem arz etmektedir. Özellikle kayma kipli kontrol, geri adımlamalı kontrol ve adaptif kontrol gibi yöntemlerin, sistemin büyük sapma açılarındaki davranışını iyileştirme potansiyeli bulunmaktadır. Ayrıca, yapay zekâ tabanlı yaklaşımların (derin öğrenme, takviyeli öğrenme, nöro-bulanık sistemler) uygulanması, sistemin değişen çevre koşullarına uyum sağlama yeteneğini artırabilir. Bu kontrol yöntemlerinin performans karşılaştırmalarının yapılması ve hibrit kontrol stratejilerinin geliştirilmesi önemli bir araştırma alanı olarak görülmektedir.

Deneysel validasyon açısından, simülasyon sonuçlarının fiziksel bir prototip üzerinde test edilmesi büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda, yüksek hassasiyetli enkoderler ve ivmeölçerlerle donatılmış bir ters sarkaç düzeneğinin tasarlanması, gerçek zamanlı kontrol kartlarının entegrasyonu ve HIL (Hardware-in-the-Loop) test sistemlerinin kurulması önerilmektedir. Deneysel çalışmalar, simülasyon ile gerçek sistem arasındaki farklılıkların belirlenmesi ve kontrol algoritmalarının pratikteki etkinliğinin değerlendirilmesi açısından kritik öneme sahiptir.

Sistemin sağlamlık analizlerinin derinlemesine incelenmesi için, rastgele genlik ve frekanslardaki bozucu kuvvetlerin sisteme uygulanması ve kontrolcünün bu

bozuculara karşı tepkisinin analiz edilmesi önerilmektedir. Özellikle beyaz gürültü ve darbe dizileri kullanılarak yapılacak sağlamlık testleri, kontrol algoritmasının dayanıklılığını değerlendirmek açısından faydalı olacaktır.

Enerji verimliliği açısından, kontrol kuvvetinin optimizasyonu için gelişmiş algoritmaların (genetik algoritmalar, parçacık sürü optimizasyonu, yapay arı kolonisi algoritması vb.) uygulanması önerilmektedir. Özellikle batarya ile çalışan mobil sistemlerde, enerji tüketiminin minimize edilmesi büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda, enerji-hassasiyet-maliyet üçlüsünü dengeleyen çok amaçlı optimizasyon çalışmalarının yapılması, endüstriyel uygulamalar için pratik çözümler sunabilir.

Son olarak, bu çalışmada geliştirilen modelleme ve kontrol yaklaşımlarının, Segway benzeri iki tekerlekli denge robotları, vinç sistemleri ve uydu denge sistemleri gibi farklı mühendislik uygulamalarına adapte edilmesi önerilmektedir. Özellikle eğitim amaçlı olarak, sanal gerçeklik tabanlı simülatörlerin geliştirilmesi ve öğrenci deney setlerinin tasarlanması, kontrol teorisi eğitimine katkı sağlayabilir. Bu çalışmanın sonuçları ışığında yapılacak ileri araştırmaların hem akademik hem de endüstriyel anlamda önemli katkılar sağlayacağı değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- Acosta, J.J.M.P.i.E. 2010. Furuta' s Pendulum: A Conservative Nonlinear Model for Theory and Practise, *2010 (1)*, 742894.
- Aranovskiy, S., Biryuk, A., Nikulchev, E.V., Ryadchikov, I., Sokolov, D.J.J.o.C., International, S.S. 2019. Observer design for an inverted pendulum with biased position sensors, *58*, 297-304.
- Atay, F.M.J.A.M.L. 1999. Balancing the inverted pendulum using position feedback, *12 (5)*, 51-56.
- Boubaker, O.J.I.J.o.A.R.S. 2013. The inverted pendulum benchmark in nonlinear control theory: a survey, *10 (5)*, 233.
- Bradshaw, A., Shao, J.J.R. 1996. Swing-up control of inverted pendulum systems, *14 (4)*, 397-405.
- Casanova, V., Salt, J., Piza, R., Cuenca, A.J.I.J.o.C.C., Control. 2012. Controlling the double rotary inverted pendulum with multiple feedback delays, *7 (1)*, 20-38.
- Chang, L.-H., Lee, A.-C.J.I.C.T., Applications. 2007. Design of nonlinear controller for bi-axial inverted pendulum system, *1 (4)*, 979-986.
- Chen, C.K., Lin, C.J., Yao, L.C.A.J.o.C. 2004. Input -State Linearization Of A Rotary Inverted Pendulum, *6 (1)*, 130-135.
- Coşkun, İ., Terzioğlu, H.S.U.J.o.E.S. 2007. Hız Performans Eğrisi Kullanılarak Kazanç(PID) Parametrelerinin Belirlenmesi, *6 (3)*, 180-205.
- Ćuća, L. (2023), "Laplaceova transformacija", *University of Zagreb. Faculty of Science. Department of Mathematics*,
- de la Cruz-Alejo, J., Beatriz-Cuellar, H., Guillermo, I.A., Ortega, A.M.J.D.A.S. 2024. A decision-making approach on control techniques for an inverted pendulum based on, neuro-fuzzy, indirect adaptive and PID controllers, *6 (5)*, 251.
- Erkol, H.O.J.I.A. 2018. Optimal PID controller design for two wheeled inverted pendulum, *6*, 75709-75717.
- Ertuğrul, İ. (2015), "Bir ters sarkaç sisteminde kullanılan genel kontrol algoritmalarının karşılaştırılması", *Yüksek Lisans Tezi*,
- Evdüzen, M.R. (2021), "Derin pekiştirmeli öğrenme ile robot kol tork kontrolü", *Pamukkale Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü*,
- Formal'skii, A.J.J.o.a.m., mechanics. 2006. An inverted pendulum on a fixed and a moving base, *70 (1)*, 56-64.
- Gajbhiye, S., Banavar, R.N., Delgado, S.J.N.D. 2017. Symmetries in the wheeled inverted pendulum mechanism, *90*, 391-403.
- Gao, H., Li, X., Gao, C., Wu, J.J.D.D.i.N., Society. 2021. Neural network supervision control strategy for inverted pendulum tracking control, *2021 (1)*, 5536573.
- Gordillo, F., Aracil, J.J.I.J.o.R., Journal, N.C.I.A. 2008. A new controller for the inverted pendulum on a cart, *18 (17)*, 1607-1621.
- Gören, M.Ş. 2022. Çift Ters Sarkaç Dinamik Modellenmesi ve Kontrolü.
- Hang, C.C., Åström, K.J., Ho, W.K., 1991, Refinements of the Ziegler–Nichols tuning formula, *IEE Proceedings D (Control Theory and Applications)*, IET, 111-118.
- Hassanzadeh, I., Mobayen, S.J.M.P.i.E. 2011. Controller design for rotary inverted pendulum system using evolutionary algorithms, *2011 (1)*, 572424.
- Hazem, Z.B., Bingül, Z.J.I.A. 2023. Comprehensive review of different pendulum structures in engineering applications, *11*, 42862-42880.
- Huang, C.-H., Wang, W.-J., Chiu, C.-H.J.I.T.o.I.E. 2010. Design and implementation of fuzzy control on a two-wheel inverted pendulum, *58 (7)*, 2988-3001.

- Irfan, S., Zhao, L., Ullah, S., Mehmood, A., Fasih Uddin Butt, M.J.P.o. 2024. Control strategies for inverted pendulum: A comparative analysis of linear, nonlinear, and artificial intelligence approaches, *19 (3)*, e0298093.
- Israilov, S., Fu, L., Sánchez-Rodríguez, J., Fusco, F., Allibert, G., Raufaste, C., Argentina, M.J.P.o. 2023. Reinforcement learning approach to control an inverted pendulum: A general framework for educational purposes, *18 (2)*, e0280071.
- Jeong, S., Takahashi, T.J.I.S.R. 2008. Wheeled inverted pendulum type assistant robot: design concept and mobile control, *1 (4)*, 313-320.
- Ju, D., Lee, T., Lee, Y.S.J.M. 2025. Transition Control of a Rotary Double Inverted Pendulum Using Direct Collocation, *13 (4)*, 640.
- Kalaycı, M., Yiğit, İ.J.G.Ü.M.M.F.D. 2015. Pratikte Kullanılan Bazı Kayan Kipli Kontrol Tekniklerinin Teorik Ve Deneysel İncelenmesi, *30 (1)*.
- Kökçam, E. (2018), "Matlab simulink ortamında buck tipi bir dönüştürücünün çıkış geriliminin optimal kontrolü", *Sakarya Üniversitesi (Turkey)*,
- Kwon, T., Hodgins, J.K.J.A.T.o.G. 2017. Momentum-mapped inverted pendulum models for controlling dynamic human motions, *36 (1)*, 1-14.
- Littmarck, S. 2005. <https://www.comsol.com/> [Erişim Tarihi: Kasım 2024].
- Liu, Y., Chen, Z., Xue, D., Xu, X., 2009, Real-time controlling of inverted pendulum by fuzzy logic, *2009 IEEE International Conference on Automation and Logistics*, IEEE, 1180-1183.
- Lower, M.J.A.S. 2023. Nonlinear controller for an inverted pendulum using the trigonometric function, *13 (22)*, 12272.
- Maruki, Y., Kawano, K., Suemitsu, H., Matsuo, T.J.I.J.o.C., Automation, Systems. 2014. Adaptive backstepping control of wheeled inverted pendulum with velocity estimator, *12*, 1040-1048.
- Masuda, M., Suzuki, T., Yokoyama, K., Takahashi, M.J.I.J.o.A.C.S., Applications. 2014. Inverted Pendulum-type Personal Mobility Considering Human Vibration Sensitivity, *5 (3)*.
- Mehedi, I.M., Ansari, U., Bajodah, A.H., AL-Saggaf, U.M., Kada, B., Rawa, M.J.J.J.o.V., Control. 2020. Underactuated rotary inverted pendulum control using robust generalized dynamic inversion, *26 (23-24)*, 2210-2220.
- Molnar, C.A., Balogh, T., Boussaada, I., Insperger, T.J.J.o.V., Control. 2021. Calculation of the critical delay for the double inverted pendulum, *27 (3-4)*, 356-364.
- Nagarajan, A., Victoire, A.A.J.I.A. 2023. Optimization reinforced PID-sliding mode controller for rotary inverted pendulum, *11*, 24420-24430.
- Orozco, L.M.L., Lomeli, G.R., Moreno, J.G.R., Perea, M.T. 2015. Identification inverted pendulum system using multilayer and polynomial neural networks, *13 (5)*, 1569-1576.
- Öksüz, M., Önal, M.B., Halicioğlu, R., Dülger, L.C.J.T.g. 2018. Alternative controller design for rotary inverted pendulum, *12 (3)*, 139-145.
- Park, M., Kim, Y.-J., Lee, J.-J.A.L., Robotics. 2011. Swing-up and LQR stabilization of a rotary inverted pendulum, *16*, 94-97.
- Patete, A., Aguirre, I., Sánchez, H.J.r.i.U. 2011. Control de un péndulo invertido basado en un modelo reducido, *18 (1)*, 12-22.
- Peker, F., Kaya, İ.J.D.Ü.M.F.M.D. 2017. PID tip denetleyiciler kullanılarak yapılan bir ters sarkaç stabilizasyonunun performans analizi, *8 (3)*, 563-574.
- Ponce, P., Molina, A., Alvarez, E.J.A.J.o.E., Sciences, A. 2014. A review of intelligent control systems applied to the inverted-pendulum problem, *7 (2)*, 194-240.
- Sanin-Villa, D., Rodriguez-Cabal, M.A., Grisales-Noreña, L.F., Ramirez-Neria, M., Tejada, J.C.J.M. 2024. A Comparative Analysis of Metaheuristic Algorithms for

- Enhanced Parameter Estimation on Inverted Pendulum System Dynamics, *12 (11)*, 1625.
- Singh, N., Yadav, S.K.J.I.J.o.E.R., Development. 2012. Comparison of LQR and PD controller for stabilizing Double Inverted Pendulum System, *1 (12)*, 69-74.
- Sprenger, B., Kucera, L., Mourad, S.J.I.A.t.o.m. 1998. Balancing of an inverted pendulum with a SCARA robot, *3 (2)*, 91-97.
- Sugie, T., Fujimoto, K.J.T.o.t.S.o.I., Engineers, C. 1995. Controller design for an inverted pendulum based on approximate linearization, *31 (10)*, 1643-1649.
- Tan, K.K., Wang, Q.-G., Hang, C.C., 2012, Advances in PID control, *Springer Science & Business Media*,
- Tetik, H., Kiper, G. 2017. 3-RRS paralel manipulatörün dinamik analizi.
- Vilanova, R., Visioli, A., 2012, PID control in the third millennium, *Springer*,
- Voevoda, A., Koryukin, A., Chekhonadskikh, A.J.O., instrumentation, processing, d. 2012. Reducing the stabilizing control order for a double inverted pendulum, *48*, 593-604.
- Wang, D., Wu, S., Zhang, L., Okubo, S.J.I.J.o.A.R.S. 2012. Study of inverted pendulum robot using fuzzy servo control method, *9 (3)*, 69.
- Wang, J.-J.J.S.M.P., Theory. 2011. Simulation studies of inverted pendulum based on PID controllers, *19 (1)*, 440-449.
- Xu, C., Yu, X.J.J.o.C.t., applications. 2004. Mathematical modeling of elastic inverted pendulum control system, *2*, 281-282.
- Yang, T., Li, Y.J.I.A. 2019. Finite-time control for a class of inverted pendulum systems, *7*, 129637-129643.
- Yapıcı, M.K.O. (2008), "14 Serbestlik Dereceli İki Ayaklı Bir Robotun Dinamik Yürüme Hareketinin Kontrolü", *Fen Bilimleri Enstitüsü*,
- Yi, J., Yubazaki, N.J.A.I.i.E. 2000. Stabilization fuzzy control of inverted pendulum systems, *14 (2)*, 153-163.
- Yilmaz, F.C., Onler, R., Tatlicioglu, E., Zergeroglu, E.J.S.R. 2025. A transfer learning based deep neural network adaptive controller for the Furuta pendulum subject to uncertain disturbance signals, *15 (1)*, 24012.
- Yurdakul, S.S., İlyas, E. 2009. Kendinden Ayarlamalı PID Kontrol ve Deneysel Uygulamaları.
- Zaborniak, D., Patan, K., Witczak, M.J.E. 2024. Design, implementation, and control of a wheel-based inverted pendulum, *13 (3)*, 514.
- Zhen, B., Chang, L., Song, Z.J.A.i.C.E. 2018. An Inverted Pendulum Model Describing the Lateral Pedestrian-Footbridge Interaction, *2018 (1)*, 5730162.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı : Ümit SÖYLEMEZ

EĞİTİM

Derece	Adı, İlçe, İl	Bitirme Yılı
Lise	: Muş Mesleki ve Teknik Anadolu Lisesi	2008
Üniversite	: Mersin Üni (Bil.Öğrt.)-Maun (Bilg.Müh)	2012-2019
Yüksek Lisans	:	
Doktora	:	

İŞ DENEYİMLERİ

Yıl	Kurum	Görevi
2012	MEB	Öğretmen

UZMANLIK ALANI

C#, Asp.Net MVC, JavaScript Programlama Dilleri

YABANCI DİLLER

İngilizce

YAYINLAR

MEMS Tabanlı Piezoelektrik Enerji Hasadı Sisteminin Tasarımı ve Analizi

<https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/3700685>