

T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

Cüneyd POLAT

ÇEKİRDEKLERDE ELEKTROMANYETİK VE BETA-GEÇİŞ
OPERATÖRLERİNİN MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MUŞ – 2015

T.C.
MUŞ ALPARSLAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
FİZİK ANABİLİM DALI

Cüneyd POLAT

ÇEKİRDEKLERDE ELEKTROMANYETİK VE BETA-GEÇİŞ
OPERATÖRLERİNİN MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

TEZ YÖNETİCİSİ
Prof. Dr. Cevad SELAM

MUŞ-2015

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Muş Alparslan Üniversitesi Lisansüstü Eğitim-Öğretim ve Sınav Yönetmeliğine göre hazırlamış olduğum “Çekirdeklerde Elektromanyetik ve Beta Geçiş Operatörlerinin Matris Elemanlarının Hesaplanması” adlı tezin tamamen kendi çalışmam olduğunu ve her alıntıya kaynak gösterdiğimi taahhüt eder, tezimin kâğıt ve elektronik kopyalarının Muş Alparslan Üniversitesi Fen Bilimler Enstitüsü arşivlerinde aşağıda belirttiğim koşullarda saklanmasına izin verdiğimi onaylarım.

Lisansüstü Eğitim -Öğretim yönetmeliğinin ilgili maddeleri uyarınca gereğinin yapılmasını arz ederim.

- ☐ Tezimin tamamı her yerden erişime açılabilir.
- ☐ Tezim sadece Muş Alparslan Üniversitesi yerleşkelerinden erişime açılabilir.
- ☒ Tezimin 1 yıl süreyle erişime açılmasını istemiyorum. Bu sürenin sonunda uzatma için başvuruda bulunmadığım takdirde, tezimin / raporumun tamamı her yerden erişime açılabilir.

02/09/2015

Cüneyd POLAT



TEZ KABUL TUTANAĞI
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ MÜDÜRLÜĞÜNE

Prof. Dr. Cevad SELAM danışmanlığında, Cüneyd POLAT tarafından hazırlanan bu çalışma 02/09/2015 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Fizik (Nükleer Fizik) Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

Başkan : Prof. Dr. Cevad SELAM

İmza :

Jüri Üyesi : Doç. Dr. İsa SIDIR

İmza :

Jüri Üyesi : Yrd. Doç. Dr. Hasan Ali AYGÖR

İmza :

Yukarıdaki imzalar adı geçen öğretim üyelerine aittir.

02.09/2015

Doç. Dr. Ercan BURSAL

Enstitü Müdürü

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER.....	I
ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	V
ÖNSÖZ.....	IV
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ.....	VII
TABLolar DİZİNİ.....	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	X
GİRİŞ	1

BİRİNCİ BÖLÜM

NÜKLEER BOZUNMA VE RADYOAKTİFLİK

1.1. RADYOAKTİFLİK VE ÇEŞİTLERİ.....	6
1.2. RADYOAKTİF BOZUNMA	7
1.3. RADYOAKTİF BOZUNMA KANUNU	8
1.4. IŞIMALI BOZUNUMLARIN KUANTUM TEORİSİ.....	14

İKİNCİ BÖLÜM

ELEKTROMANYETİK GEÇİŞLER

2.1. ELEKTRİK GEÇİŞ SÜREÇLERİ.....	19
2.1.1.Maxwell Denklemlerine Dayanarak Elektromanyetik Süreçlerin Kuantum Teorisi.....	19
2.2. TEK PARÇACIKLI ELEKTRİK GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARI.....	22
2.3. MANYETİK GEÇİŞ SÜREÇLERİ.....	23

2.4. TEK PARÇACIKLI MANYETİK GEÇİŞ MATRİS ELEMANLAR.....24

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BETA BOZUNUMU

3.1. ÇEKİRDEKLERİN BETA BOZUNUMU26

3.2. β^+ ve β^- BOZUNUMLARINDA AÇIĞA ÇIKAN ENERJİ27

3.2.1. β^- Bozunumunda Enerji Hesabı.....28

3.2.2. β^+ Bozunumunda Enerji Hesabı.....29

3.3. β BOZUNUMUNUN FERMİ TEORİSİ.....29

3.4. İZİNLİ β GEÇİŞLERİ.....33

3.4.1. Geçiş Operatörleri.....33

3.4.2. Fermi Geçişleri ve ft Değerleri.....34

3.4.3. Gamow - Teller Geçişleri.....35

3.4.4. $N = Z'$ li Kapalı Kabuklar ile Ayna Geçişleri.....37

3.4.5. $N > Z'$ li Kapalı Kabuklar.....38

3.5. BİRİNCİ YASAKLI BETA GEÇİŞLERİ.....41

3.5.1. Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 0^-$ Beta Geçişleri.....45

3.5.1.1. Rölativistik Olmayan $\lambda^{\pi=0^-}$ Yasaklı Geçişlerin matris

Elemanlarının Hesaplanması.....45

3.5.1.2. Rölativistik $\lambda^{\pi=0^-}$ Geçişlerin Matris Elemanının Hesaplanması.....46

3.5.2. Birinci Yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ Beta Geçişleri.....48

3.5.2.1. $\lambda^\pi = 1^-$ Nükleer Matris Elemanının Hesaplanması.....	48
3.5.2.2. $M(\rho_v, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması.....	48
3.5.2.3. $M(j_v, \kappa=0, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması.....	51
3.5.2.4. $M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması.....	53
3.5.3. Birinci Yasaklı $0^+ \rightarrow 2^-$ Beta Geçişleri.....	54
SONUÇ VE TARTIŞMA.....	56
KAYNAKÇA.....	65
EKLER.....	67
ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

YÜKSEK LİSAN TEZİ

ÇEKİRDEKLERDE ELEKTROMANYETİK VE BETA GEÇİŞ OPERATÖRLERİNİN MATRİS ELEMANLARININ HESAPLANMASI

Cüneyd POLAT

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Cevad SELAM

2015, 94 sayfa

Çekirdeklerde elektromanyetik ve beta-geçiş operatörlerinin matris elemanlarının hesaplanması küresel çekirdekler için incelenecektir. Beta matris elemanı her hangi bir varsayım yapılmaksızın doğrudan hesaplayacağız. Nükleer matris elemanının hesaplanmasında elektrik ve manyetik Multipol operatörünün matris elemanından gelen katkı göz önüne alınacaktır.

Anahtar Kelimeler: Zayıf Etkileşme, İzinli Beta Geçişleri, Birinci İzinsiz Beta Geçişleri

ABSTRACT

MASTER'S THESIS

THE MATRIX ELEMENTS OF NUCLEUS ELECTROMAGNETIC AND BETA TRANSMISSION OPERATORS WILL BE ANALYZED FOR CALCULATION OF SPHERICAL NUCLEUSES.

Cüneyd POLAT

Advisor: Professor Dr. Cevad SELAM

2015, Page: 94

The matrix elements of nucleus electromagnetic and beta Transition operators will be analyzed for calculation of spherical nucleuses. Beta matrix element will be directly calculated without any hypothesis. While calculating nuclear matrix element, the contribution of matrix element in electric and magnetic multipole operator will be taken into consideration.

Key Words: Weak Interaction Theory, Allowed Beta Decays, First Forbidden Beta Decays

ÖNSÖZ

Çekirdeklerde elektromanyetik ve beta geçiş operatörlerinin matris elemanlarının hesaplanması, Nükleer matris elemanının hesaplanmasında elektrik ve manyetik Multipol operatörünün matris elemanının hesaplamalarında direk olarak hesaplanması yapılmaktadır. Nükleer matris elemanının teorik ve deneysel sonuçları üzerinde durulup, Nükleer matris elemanının deneysel sonuçlarda hesaba katılırken ancak teorik kısımda hesaba katılmıyor. Bu çalışmamızda Nükleer matris elemanının teorik hesaplamada da hesaplanması gerektiği belirtilmiştir.

Tez çalışmam boyunca beni bilgisiyle, önerileriyle destekleyen ve tezime ilgili çalışmalarında sabırla sorularımı yanıtlayan saygıdeğer danışman hocam Prof. Dr. Cevad SELAM'a içtenlikle çok teşekkür ederim.

Eğitim ve öğretimimde bana destek olan anneme, babama, en sıkıntılı zamanlarımda bana desteğini esirgemeyen Eşim Keziban POLAT'a, çocuklarım olan Ümmü Gülsüm POLAT, Habil Taha POLAT ve Dılşa POLAT'a teşekkürlerimi sunarım

Muş – 2015

Cüneyd POLAT

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

cm	:	Santimetre
F	:	Fermi
GT	:	Gamow Teller
h	:	Hamiltonyenin etkili etkileşim kısmı
g	:	Şiddet sabiti
m	:	Kütle
M	:	Durgun Kütle
N	:	Atom numarası
n	:	Parçacık sayıları
R	:	Çekirdeğin yarı çapı
U	:	Potansiyel
V	:	Potansiyel
Z	:	Kütle numarası
$\widehat{H}_\beta$	:	Zayıf etkileşme Hamiltonyeni
Σ	:	Toplam sembolü
φ	:	Grup parametresi
π	:	Pi (3,14)
Δ	:	Çift etkileşmede enerji aralığı
β	:	Beta
g_v	:	Vektör etkileşme sabiti
g_A	:	Eksenel vektör etkileşme sabiti
$Y_{1\mu}(\hat{r}_k)$	:	Küresel Harmonik operatörü
$t_-(k)$	:	İzospin azaltma operatörü

j_A	:	Aksiyel vektör akısı
$j_e, j_\nu, h_e, h_\nu, \lambda\mu$	:	Lepton çiftinin kuantum sayıları
t_z	:	Nükleonların izotop spininin oz bileşeni
R_{np}	:	Üst üste gelen nötron – proton integrali
B_i	:	i. nci elektronun bağlanma enerjisi
$V_c(\hat{r})$	:	Coulomb kuvveti
$V_{\text{merkezci}}(\hat{r})$	:	Merkezci potansiyel
$V_{so}(\vec{l}, \vec{s})$	:	Spin - Orbit etkileşmesi
$\vec{\sigma}$	:	Pauli spin operatörü
M_{si}	:	Matris elemanı,
$\rho(E_s)$	:	Son durum yoğunluğu
φ_e	:	Elektronun zamandan bağımsız serbest parçacık dalga fonsiyonu
f_0	:	İzinli geçişlerin f fonsiyonu
$m_{is}(\sigma L)$	:	Manyetik multipol operatörünün matris elemanı
$\lambda(EL)$	:	Elektrik dipol geçiş olasılığı
$\lambda(ML)$	:	Manyetik dipol geçiş olasılığı
T_G	:	Geri tepme kinetik enerjisi
φ_ν	:	Nötrinin zamandan bağımsız serbest parçacık dalga fonsiyonu

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo 3.1. ft Değerleri Bay Lederer ve Ark.(1967)'in yazdığı Table of Isotopes Kitabında Verilen Ömür Süreleri ve Bozunma Enerjileri Ölçümlerinden Elde Edilmiştir.....	40
Tablo 3.2. $^{207}_{81}\text{Tl} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb}$ ve $^{209}\text{Pb} \rightarrow ^{209}\text{Bi}$ Geçişleri İçin Matris Elemanları ft Değerleri $^{207}_{81}\text{Tl}$ İçin Şekil (3-2)'den Alınmıştır. ^{209}Pb İçin A.H. Wapstra, Arkiv Fizik 6,263 (1953)'den Alınmıştır. Tabloda 1. Sütünde Verilen Değerler g_v Biriminde Verilen İndirgenmiş Matris Elemanlarıdır. İndirgenmiş Geçiş Olasılıkları $B(\lambda)$, g_v^2 Biriminde Verilmiştir. Bu Tablo Bay J. Damgaard ve A. Winther, Nükleer Fizik 54,615 (1964)'de Verilen Değerler Üzerinden Oluşturulmuştur.....	45
Tablo 4.1. $0^+ \rightarrow 0^-, 1^-, 2^-$ Matris Elemanlarının $g_A R_{np}$ Cinsinden Değerleri.....	64

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil 1.1. Radyoaktif Işımların Yayınım Yönelimleri.....	6
Şekil 1.2. Aktivliğin Üstel Bozunumu : (a) Lineer Çizim (b) Yarı Logaritmik Çizim.....	10
Şekil 1.3. ^{64}Cu (12,7 h) ve ^{61}Cu (3,4 h) Karışımını İçeren Bir Numunenin Bozunma Eğrisi.....	13
Şekil 1.4. Γ_a Genişliğindeki Kararsız Bir Durumun Enerjisini Gözleme Olasılığı.....	15
Şekil 1.5. Kararsız Durumların Genişlikleri Aralarındaki Uzaklığa Kıyasla Küçük Olduğu Zaman, (a)'da Olduğu Gibi, Durumlar Kesiklidir ve Gözlenebilirler. (b)'de a ve b Durumları Üst Üste Binmiş ve Birbirine Karışmış Durumdadır, Bu Durumlar Açıkça Gözlenebilir Dalga Fonksiyonuna Sahip Değildir.....	17
Şekil 3.1. $^{210}_{83}\text{Bi}$ 'un (literatürde RaE de denir) Bozunumunun Sürekli Elektron Dağılımı.....	27
Şekil 3.2. $^{207}_{81}\text{Tl}$ β Bozunumu Şeması.....	44
Şekil 4.1. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ İzotopunda Nötron ve Proton Enerji Seviyeleri Gösterilmiştir. Şeklin Sol tarafında Nötron, Sağ Tarafında ise Proton Enerji Seviyeleri Gösterilmiştir. Şekilde Her Çizginin Sağ Tarafında Uygun Durumun Kuantum Sayıları Gösterilmiştir. ϵ_{F_n} ve ϵ_{F_p} Fermi Enerji Seviyesini Gösterir.....	57
Şekil 4.2. Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ Çekirdeğinde $1h_{11/2}$ ' deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi renkle, $1g_{7/2}$ 'deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Burada Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi	

Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.....	59
Şekil 4.3. Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$	
Çekirdeğinde $2p_{1/2}$ ' deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi Renkle, $3s_{1/2}$ ' deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Bura da Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.....	60
Şekil 4.4'de Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$	
Çekirdeğinde $1h_{11/2}$ ' deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi Renkle, $1g_{9/2}$ ' deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Burada Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.....	62

GİRİŞ

Elektromanyetik teorinin temeli olan Maxwell'in elde ettiği denklemler; zamanla değişen bir manyetik alanın bir elektrik alan oluşturması gibi, zamanla değişen bir elektrik alanın da bir manyetik alan oluşturacağını söyler. Maxwell'in teorik olarak ispatladığı dalgaların varlığını H.R. Hertz 1887 yılında bir indüksiyon bobini kullanarak ilk olarak üretilip ve onları algılayarak deneysel olarak kanıtladı. Maxwell klasik elektromanyetik kuramı formüle ederek o zamana kadar birbiriyle ilgisiz görünen elektrik, manyetizma ve optik gibi dalları bir araya getirdi. Daha önce Gauss, Faraday ve Amper tarafından formüle edilmiş birbirinden bağımsız gibi görünen denklemlerin, Amper yasasındaki ufak bir düzeltmeden sonra bir araya geldiklerinde bütün elektromanyetik olguları açıklayabileceğini ilk kez Maxwell gördü ve formüle etti.

Maxwell denklemleri serbest uzayda

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Gauss Yasası})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Faraday Yasası})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Amper Yasası})$$

ile gösterilir. Bu formüller aynı zamanda elektrik yüklerin ve akımların, elektrik ve manyetik alanlara nasıl kaynaklık ettiğini ve zamanla değişen elektrik ve manyetik

alanların nasıl bir diğerini oluşturduğunu açıklıyor. Bu formüllerin sonucu olarak, elektrik ve manyetik alanların dalga formunda, boşlukta ışık hızı ile yayıldığı da Maxwell tarafından gösterilmiş oldu.

Elektromanyetik kuvvet evrende var olduğunu bildiğimiz dört temel kuvvetten biri, kütle çekim kuvveti temel kuvvetlerin ikincisi, sadece atomaltı düzeyde etkin olan güçlü kuvvet ve zayıf kuvvet temel kuvvetlerin son ikisidir. Elektromanyetik dalgalar diğer dalgaların tersine, bir ortama ihtiyaç duymadan yayılabilir. Elektromanyetik dalgalar boşlukta ışık hızı ile yayılır. Elektromanyetik dalgaları yazacak olursak :

Kızılötesi Dalgalar:

Sıcak cisimler ve moleküller tarafında oluşturulan bu dalgalar, çoğu maddelerce kolaylıkla soğurulurlar. Bir maddenin soğurduğu kızılötesi enerjisi ısı şeklinde kendini gösterir. Çünkü madde tarafından soğurulan bu enerji vasıtası ile, cismin atomları yerinden oynadığından, onların titreşim ve öteleme hareketleri artar, dolayısıyla maddede bir sıcaklık artması meydana gelir.

Görünür Bölge:

İnsan gözünün görebildiği kısımdır. Işık, atom ve moleküllerdeki elektronların yeniden düzenlenmeleri ile oluşur. Mordan kırmızıya gökkuşağı renklerini içerir.

Morötesi (Ultraviole) Dalgalar:

Güneş morötesi ışınların en önemli kaynağıdır. Güneş'ten gelen morötesi ışının çoğu atmosferin bir katmanı olan stratosferdeki atomlar tarafından soğrulur. Stratosferin önemli bir bileşeni morötesi radyasyonun oksijenle tepkimeye girmesi sonucunda oluşan ozon (O_3)'tür. Bu ozon tabakası öldürücü yüksek enerjili morötesi radyasyonu ısıya dönüştürür ve sonuçta stratosfer tabakası ısınır.

X Işınları :

X ışınlarının kaynağı, bir metal hedefi bombardımana tabi tutan yüksek enerjili elektronların yavaşlamasıdır. Bu ışınlar da yüksek enerji taşıdıklarından canlı dokulara zarar verirler, öldürücü etki yaparlar.

Gama Işınları:

Radyoaktif çekirdekler tarafından belirli nükleer tepkimeler süresince ve belirli nükleer tepkimeler süresince yayılan elektromanyetik dalgalar. Bu ışınlar yüksek derecede girginlik özelliğine sahiptir; canlı dokular tarafından soğurulduğunda metabolizmaya zarar verirler:

(its.caltech.edu/~yildiz/docs/yildiz_elektromanyetik_dalgalar.pdf Mayıs 2003), s.1-4

Fiziğe yön veren devrimsel çalışmaların çoğu tesadüfen yapılan gözlem ve keşifleri anlama çabasının bir ürünü olarak ortaya çıkmıştır. W. C. Röntgen, gazların içinden geçen elektrik yolunu araştırmak için, havası vakum pompasıyla boşaltılmış ve

içine metal elektrotlar yerleştirilmiş katot ışın tüpüyle (Crooks tüpü) deney yaparken katod ışınlarının tüpün dışına çıktığını gözlemlemiştir. Tüpten uzakta durmakta olan cam bir kavanoz içerisinde bulunan “*Baryum Platin Siyanür*” kristallerinde kuvvetli bir floresans olayının meydana geldiğini fark etmiştir. Deneyini defalarca tekrarlayıp, deney düzeneğini farklı ve kalın nesnelerle örtmesine rağmen katod ışınlarının dışarıya kaçabildiğini gözlemlemiştir. Bu ışınlar daha önce bilinmediğinden ve ne olduğuna dair herhangi bir fikri olmadığından “*X-ışınları*” adını vermiştir. W. C. Röntgen’in bu önemli keşfi, 1901 yılında ilk kez verilmeye başlanan Nobel Fizik Ödülüyle onurlandırılmıştır. X-ışınlarının keşfi bilim dünyasında büyük yankılar uyandırıp, yeni keşiflere önayak olmuştur. Günümüz görüntüleme yöntemlerinin temelini oluşturup, tıp biliminde de büyük çığır açmıştır.

Antoine Henri Becquerel, W. C. Röntgen’in X-ışınlarından çok etkilenmiş, bu gizemli ışınların kaynağını ve özelliklerini anlamak için fosforesans özellik gösteren mineraller üzerinde çalışmalar yapmıştır:

(nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1903, s. 1)

A. H. Becquerel, karanlıkta parlayan uranyum tuzunun da X-ışını üretebileceğini düşünmüş, fosforesans etkisi çok güçlü olan potasyum uranyum sülfat tuzlarını ışık geçirmeyen siyah kağıda sarmalanmış fotoğrafik filmlerin üzerine yerleştirerek birkaç saatliğine güneş ışığına maruz bırakmıştır. Deneylerinin ilk aşamasında fotoğrafik filmlerde oluşan izlerin, uranyumdan yayılan X-ışınlarının neden olduğunu düşünmüştür. Deneylerine devam ederken, havanın bulutlu olduğu birkaç gün uranyum tuzlarını fotoğrafik filmlerle birarada çekmecesinde unutmuştur. Çekmecesinde bulunan filmleri banyo edip inceledikten sonra güneşe maruz kalan örneklerde olduğu gibi bu filmlerde de izlerle karşılaşmıştır. Deneylerini tekrarlayarak uranyum tuzlarının güneş ışınına gerek kalmadan da kendiliğinden ışıma yaydığını keşfetmiştir. A. H. Becquerel X-ışınlarını ararken 1896 yılında radyoaktiviteyi bulmuştur. Marie Curie, 1898 yılında toryumun da uranyuma benzer ışımlar yaptığını göstermiş, ayrıca Pierre Curie ile birlikte radyoaktif element olan polonyum ve radyumu bulmuşlardır. Yapmış oldukları bu katkılardan dolayı 1903 Nobel Fizik Ödülü, A. H. Becquerel, M. Curie ve P. Curie’ye verilmiştir. Ernest Rutherford 1898 yılında uranyumdan çıkan ışınların alfa (α) ve beta (β) ışımları olduğunu keşfetmiştir. Üçüncü çeşit radyoaktivite olan gamma (γ) ışıması

da Paul Villard tarafından 1900 yılında bulunmuştur. 1900'lerin başında beta bozunumunu anlamak için gerçekleştirilen deneylerde açığa çıkan elektronun kinetik enerjisi ölçülmüş ve bu ölçümler sonucunda birbirinden farklı sonuçlar elde edilmiştir. Deney sonuçlarının bir kısmı elektronun kesikli enerji dağılımı gösterdiğini açıklarken diğer bir kısmı sürekli bir dağılıma işaret ediyordu. Şayet beta bozunumuna uğrayan çekirdek iki cisme bozunuyorsa elektronun tek değerli bir enerjiye sahip olması gerekir. Otto von Baeyer, Otto Hanh ve Lise Meitner, 1911-1912 yılları arasında radyum ve toryum örneklerini fotoğrafik film kullanarak gerçekleştirdikleri deney sonuçlarında kesikli bir dağılım bulmuşlardı:

(O. von Baeyer, O. Hahn, L. Meitner, Z. Physik 1911 s. 273)

James Chadwick, 1914 yılında kurşun çekirdeğinde beta bozunumunu manyetik spektrometre kullanarak incelemiş ve elektronların tek enerjili olmadığını iddia etmiştir:

(J. Chadwick, Distribution in Intensity in the Magnetic Spectrum of the β - rays of Deutsch. Phys. Ges. 1914, S. 383)

L. Meitner, elektronun sürekli bir dağılım gösterdiği iddialarına karşın, elektronun çekirdekten çıkarken saçılmalara uğradığı, bundan dolayı elektronun kinetik enerjisinin değişime uğrayacağını ve sürekliymiş gibi görüneceğini ileri sürüyordu. Charles Drummond Ellis ve William Wooster, 1927 yılında bizmut çekirdeği örneğinde beta bozunumu sırasında ortaya çıkan toplam ısı enerjisini kalorimetre tekniğiyle ölçüp, elektronların sürekli bir dağılıma sahip olduğunu göstermişlerdir:

(C. D. Ellis, W. Wooster, The Average Energy of Disintegration of Radium E, Proc. R. Soc. London. Ser. A 1927, s.109)

L. Meitner ve Wilhelm Orthmann tarafından 1929 yılında bu sonuçların doğrulanmasıyla, beta bozunumunda ortaya çıkan elektronların sürekli bir enerji dağılımına sahip olduğu kabul görmeye başlamıştır. Enerji dağılımının sürekli olabilmesi için elektronun yanısıra bir başka parçacığın ortaya çıkması ve toplam enerjinin üç parçacık arasında paylaşılması gerekir. O dönemde bilinen parçacıklar proton, elektron ve fotondan ibaretti. Beta bozunum deneylerinde fotona benzer bir parçacığa rastlanmamıştı. Hiç kimse elektronun neden sürekli bir dağılım gösterdiğini açıklayamıyordu. Öyle ki; Niels Bohr enerji korunum yasasının beta bozunumlarında geçersiz olabileceğini öne sürmüştür. Bu konuda kaleme aldığı makaleyi Wolfgang

Pauli'ye gönderip fikrini istemiş, W. Pauli'nin enerji korunumunun gözardı edilmesinin yanlış olduğunu dile getirmesi üzerine, Bohr makalesini yayınlamaktan vazgeçmiştir. Niels Bohr (her zamanki gibi) enerji korunumu yasasını terk etmeye hazırdı. (Bohr Einstein'ın ışık kuantumunun açık sözlülükle eleştiriyordu, yine Dirac'ı görelî elektron teorisinin yanlış olduğunu söyleyerek vazgeçirecekti, yine Pauli'nin nötrinoyu tanımlamasına karşı çıktı, Yukawa'nın mezon teorisi ile alay ediyordu ve Feynman'ın kuantum elektrodinamiğine yaklaşımını küçümseyip alay ediyordu.) Neyse ki Pauli daha akla yatkın bir bakış açısıyla baktı, elektronla beraber başka bir parçacığın salındığını önerdi. Bu parçacık, kayıp enerjiyi taşıyan sessiz bir suç ortağıydı. Bu, yükü korumak için (ve elbette neden iz bırakmadığını açıklamak için) elektriksel olarak nötr olmalıydı. Pauli buna nötron demeyi teklif etti. Tüm fikir şüpheye karşılandı ve 1932 de Chadwick ismi herkesten önce ele geçirdi. Ancak bir sonraki yıl Fermi Pauli'nin parçacığını barındıran bir beta bozunum teorisi gösterdi ve Pauli'nin ciddiye alınması gerektiğini zekice başarılı olarak ispatladı. Fermi bunu nötrino olarak adlandırdı. Fermi yazdığı beta bozunumu kuramında (1933) süreci bir temas etkileşmesi olarak gördü, bu yüzden herhangi bir aracı parçacığa gerek yoktu. Zayıf kuvvet (beta bozunumundan sorumludur) oldukça kısa erimlidir, bu nedenle Fermi'nin modeli gerçekten çok da uzak değildi ve düşük enerjilerde mükemmel yaklaşık sonuçlar verir. Ancak bu yaklaşımın yüksek enerjilerde yanlış sonuç verdiği büyük ölçüde fark edildi 1950'lerde kuzey Karolayna'daki Svannah Nehri nükleer reaktöründe kararlı deneyler yürütüldü. Burada Cowan ve Reines büyük bir su tankı yaptılar ve ters beta-bozunumu reaksiyonunu gözlediler.

Bu tez çalışmasının ilk bölümünde, radyoaktif bozunma kanunu ve radyoaktif bozunumu üzerinde durulmuş bu zamana kadar bilimsel çalışmalar taranmış ve bu konuda açıklanan hususlar gösterilmiştir. İkinci bölümde; elektrik geçiş süreçleri, manyetik geçiş süreçleri ve bu geçişlerin tek parçacıklı geçiş matris elemanlarının hesaplanması, üçüncü bölümde; çekirdeklerin beta bozunumu, Beta bozunumunun henerji hesabı, Fermi ve Gamow Teller geçişleri, ayna geçişleri, relativistik ve relativistik olmayan yasaklı geçişlerin matris elemanlarının hesaplanması ve birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 0^-$ beta geçişleri, birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ beta geçişleri, birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 2^-$ beta geçişleri incelenmiştir, dördüncü bölümde; sonuç ve tartışma kısmı verilmiştir.

BİRİNCİ BÖLÜM

NÜKLEER BOZUNMA VE RADYOAKTİFLİK

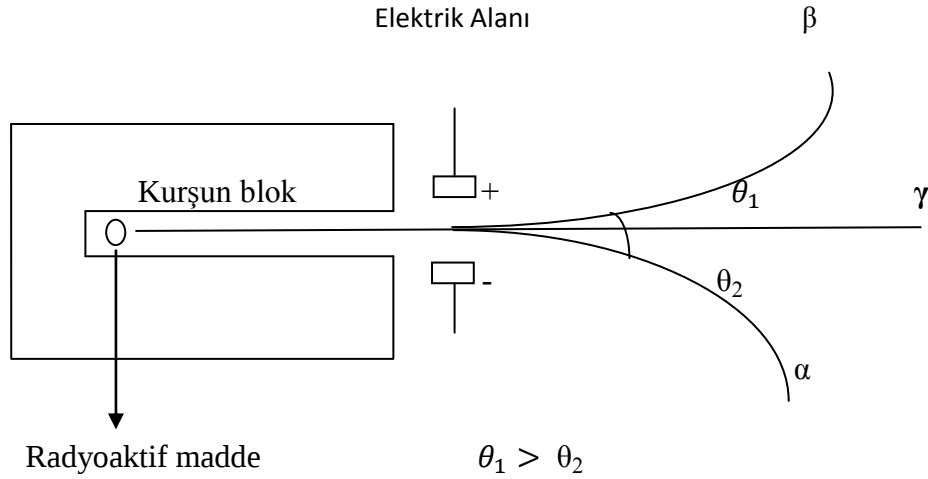
1.1. RADYOAKTİFLİK VE ÇEŞİTLERİ

Uranyumun kendiliğinden radyasyon yayınlama olayı Radyoaktiflik olarak adlandırılır. Rutherfordun α - parçacıklarının saçılması ile ilgili unlu çalışması dahil, bundan sonra yapılan tüm deneyler radyoaktifliği kararsız çekirdeklerin parçalanması ve bozunması sonucu meydana geldiğini söylemiştir. Radyoaktif maddeden yayınlanan 3 tip radyasyon vardır.

- 1) α (Alfa) Bozunması ${}^4_2\text{He}$ çekirdeğinin yayılmasına neden olur
- 2) β (Beta) Bozunmasında elektron ve pozitron yayınlanır.
- 3) γ (Gama) Bozunmasında Gama ışınları yayınlanır.

γ – ışınları yüksek enerjili fotonlardır. Bu 3 çeşit radyasyonu aşağıdaki şekilde gösterilen yayılım yönelimleriyle ayırt etmek mümkündür.

Şekil 1.1. Radyoaktif Işımların Yayılım Yönelimleri



Kaynak : Prof. Dr. Sefa ERTÜRK

Radyoaktif kaynaktan yayılan radyasyon elektrik alan uygulanan bölgeye yöneltilir. Bu 3 tip radyasyon farklı giricilik gücüne sahiptirler. α – ışınları lüminyum tarafından durdurula bilinirken γ - ışınları kurşun içerisine birkaç cm girebilir.

1.2. RADYOAKTİF BOZUNMA

Uranyum ve toryum içeren doğal minarelerin radyoaktif bozunumları, nükleer fizik çalışmalarının başlamasında büyük rol oynamışlardır. Dünyanın yaşı mertebesinde yarı ömre sahip olan bu bozunumlar, nükleonların bir araya gelmesiyle yaratılan maddenin erken dönemden arda kaldığını ileri sürmektedirler. Daha kısa yarı ömürlü çekirdekler bozunarak yok olduklarından bu gün sadece uzun ömürlü bozunmalar gözlenmektedir. ^{235}U ve ^{238}U 'in son derece uzun yarı ömürleri olmasaydı bu gün doğada hiçbir uranyum bulunmayacak ve muhtemelen hiç nükleer sektör yada nükleer silah olmayacaktı.

Doğal olarak bulunan radyoaktifliğe ilave olarak laboratuarlarda nükleer reaksiyonlarla radyoaktif çekirdekler üretilmektedir. Bu ilk kez alüminyumun 1934'de Irene Curie ve Pierre Joliot tarafından polonyumun doğal radyoaktif bozunmasından çıkan α parçacıkları ile bombardıman edilmesi sonucunda ^{30}P izotopunun elde edilmesiyle gerçekleştirilmiştir. Bu izotop 2,5 dakika yarı ömürle pozitron yayınlarak bozunur. Kendi ifadesiyle :

Bizim en son deneylerimiz son derece dikkat çeken bir durumu göstermiştir; bir alüminyum levha bir polonyum numunesi ile ışımlandığı zaman pozitronların yayınlanması aktif numunenin kaldırılmasına rağmen hemen sona ermemektedir. Levha radyoaktif olarak kalmakta ve herhangi bir radyoaktif element gibi radyasyon yayınlanması üstel olarak azalmaktadır.

Radyoaktifliğin yapay olarak oluşturulduğu bu çalışma ile Joliot – Curie ekibi 1935'de kimya dalında Nobel ödülünü kazanmışlardır (bu, devam eden bir aile geleneğiydi zira Irene'nin ebeveynleri Pierre ve Marie Curie, Becquerel ile birlikte Radon elementinin doğal radyoaktifliği üzerine yaptıkları çalışma ile 1903 yılında Nobel fizik ödülünü kazanmışlardır. Marie Curie, daha sonra 1911'de Nobel kimya ödülünü alarak, iki kez ödül kazanma başarısını gösteren ilk kişi olmuştur).

1.3. RADYOAKTİF BOZUNMA KANUNU

Radyoaktifliğin keşfedildiği 1896 yılını izleyen üç yılda, saf bir radyoaktif numunenin zamanla bozunma hızının üstel kanununa uyduğu gösterilmiştir. Radyoaktifliğin tüm numunede değil de tek tek atomlarda değişikliği temsil ettiğinin anlaşılması için daha bir çok yılın geçmesi gerekmiştir. Bozunmanın istatistiksel yapıda olduğunun, yani herhangi bir atomun ne zaman bozunacağının bilinmemesi ve bu hipotezin doğrudan üstel kanuna uyduğunun anlaşılması ise iki yıl almıştır. Parçacıkların tek tek davranışlarının önceden kestirilememesi günümüzde çoğu bilim adamını rahatsız etmez, ancak kuantum teorisinin gelişmesinden önce, bu durumun kabul edilmesi oldukça zor olmuştur. Bu konuda çalışan araştırmacıların, bu gün açıkça bilinen gerçekleri yerleştirebilmek için çok çaba göstermeleri gerekmiştir.

Eğer bir t anında N radyoaktif çekirdek varsa ve numuneye yeni çekirdekler ilave edilmiyorsa dt süresi içinde bozunan dN çekirdek sayısı, N ile orantılıdır:

$$dN = -\lambda N dt \quad (1.1)$$

Burada λ , bozunma veya parçalanma sabitidir ve bir atomun birim zamanda bozunma olasılığını belirler. Bu olasılık, atomun yaşı ne olursa olsun sabit olup radyoaktif bozunmanın istatistiksel teorisinin temel varsayımıdır. Denklem (1.1)'in integrali alınırsa,

$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.2)$$

şeklinde üstel radyoaktif bozunma kanunu elde edilir. Burada N_0 integrasyon sabiti, $t = 0$ 'da henüz bozunmamış çekirdeklerin sayısıdır. Çekirdek bozunmasını karakterize eden büyüklüklerden biri de $t_{1/2}$ yarı ömür süresidir. Bu çekirdeklerin yarısının bozunması için gerekli süreyi göstermektedir. Denklem (1.2)'de $N = N_0/2$ konursa

$$t_{1/2} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (1.3)$$

bulunur. τ ortalama ömür de (bazen yalnızca ömür de denir) yararlı bir kavramdır ve bir çekirdeğin bozununcaya kadar geçirdiği ortalama süre olarak tanımlanır. t zamanında bozunmayan çekirdeklerin sayısı $N(t)$ 'dir ve t ile $t + dt$ aralığında bozunan çekirdek sayısı ise $\left| \frac{dN}{dt} \right| dt$ 'dir. Bu durumda ortalama ömür,

$$\tau = \frac{\int_0^\infty t \left| \frac{dN}{dt} \right| dt}{\int_0^\infty \left| \frac{dN}{dt} \right| dt} \quad (1.4)$$

oranı ile gösterilir. Paydadaki terim toplam bozunma sayısıdır. İntegral alınırsa,

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (1.5)$$

bulunur. Ortalama ömür basit olarak bozunma sabitinin tersidir. Denklem (1.2) ile ancak t süre sonra bozunmamış belirli bir türdeki çekirdeklerin sayısı kestirilebilir. N niceliğini ölçmek çok zor olduğu için kanunun bu şekli ile yararı sınırlıdır. Bir numunedeki bozunmamış çekirdeklerin sayısını ölçmek yerine t_1 ve t_2 arasındaki bozunumların sayısını ölçmek (yayınlanan radyasyonları gözleyerek) daha kolaydır. Eğer t ve t+Δt zaman diliminde çekirdeklerin sayısındaki değişiklik ΔN ile gösterilirse

$$|\Delta N| = N(t) - N(t+\Delta t) = N_0 e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda \Delta t}) \quad (1.6)$$

dır. Sayımın yapıldığı Δt aralığı λ^{-1} 'den çok daha küçük ise (yani $\Delta t \ll t_{1/2}$) parantez içindeki üstel ifadenin açılımındaki yüksek mertebeli terimleri ihmal edilebilir

$$|\Delta N| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \Delta t \quad (1.7)$$

sonsuz küçük zaman limitinde ise

$$\left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \quad (1.8)$$

ifade edilir. Aktivite A, numunede birim zamanda bozunma sayısı, yani bozunma hızı olarak tanımlanır

$$A(t) = \left| \frac{dN}{dt} \right| = \lambda N(t) = A_0 e^{-\lambda t} \quad (1.9)$$

t = 0'daki başlangıç aktivitesi $A_0 = \lambda N_0$ 'dir.

Denklem (1.8) denklem (1.2)'nin diferansiyeli alınarak da bulunabilir, ancak bu daha dolaylı yolu önemli ama çoğu zaman gözden kaçan bir noktanın vurgulanması için seçtik: Bir Δt zaman aralığında ölçülen ΔN sayısı yalnız $\Delta t \ll t_{1/2}$ ise numunenin aktivitesini verir. t_1 ile t_2 arasındaki bozunma sayısı

$$\Delta N = \int_{t_1}^{t_2=t_1+\Delta t} A dt \quad (1.10)$$

dır ve yalnız $\Delta t \ll t_{1/2}$ ise bu ifade $A\Delta t$ 'ye eşit olur. (Sıra dışı bir örnek dikkate alınır; eğer $t_{1/2} = 1$ s ise 1 dakikada 1 saatteki kadar sayım gözleriz.)

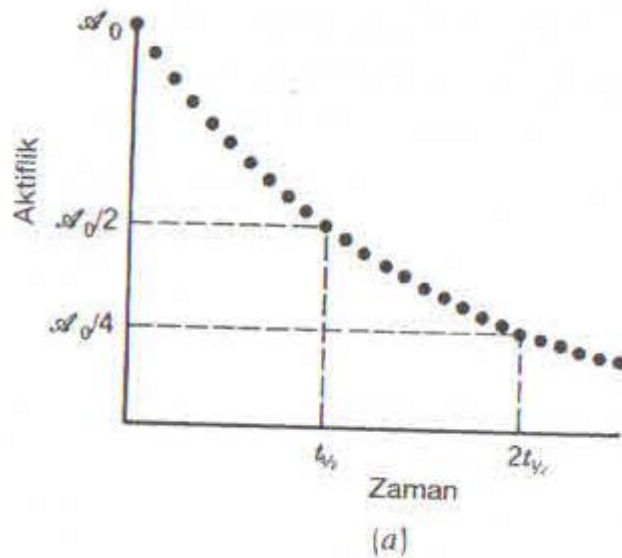
Radyoaktif bir numunenin aktifliği numunede birim zamandaki bozunma sayısıdır ve bozunma/s uygun bir birimdir. Aktifliğin diğer bir birimi Curie (Ci)'dir ve başlangıçta bir gram radyumun aktifliği olarak ifade ediliyordu, fakat şimdi basitçe

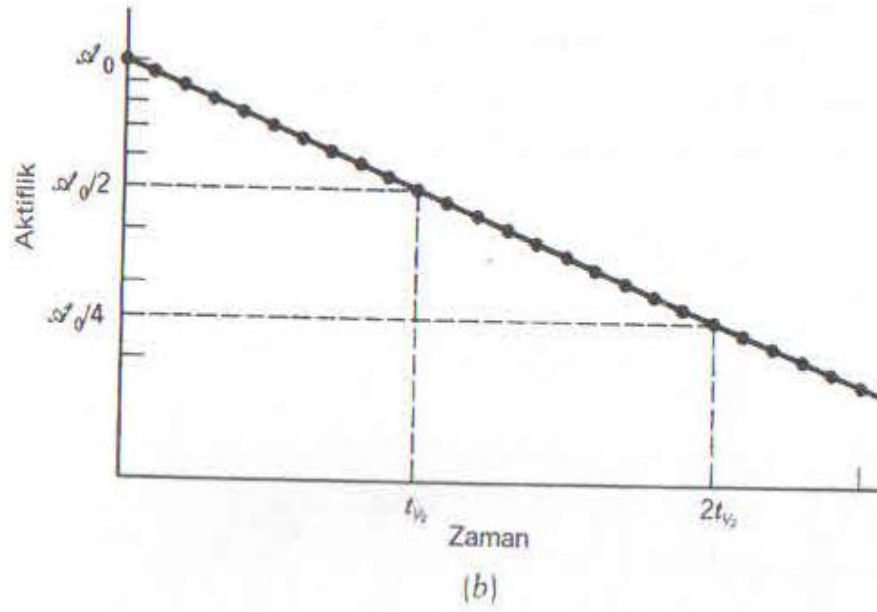
$$1\text{Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ bozunma/s}$$

şeklinde tanımlanır. Laboratuarlarda kullanılmakta olan tipik bir çok radyoaktif kaynağın aktifliği mikrocurie veya milicurie mertebesindedir. Aktifliğin SI'deki birimi Becquerel (Bq) olup saniyede bir parçalanmaya eşittir; ancak Curie aktiflik birimi olarak öyle yerleşmiştir ki Becquerel henüz yaygın olarak kullanılan bir aktiflik birimi değildir.

Aktiflik sadece saniyedeki parçalanma sayısını vermekte, yayınlanan radyasyonun türü veya enerjileri ile ilgili hiçbir bilgi vermemektedir. Eğer radyasyonun biyolojik bir sistem üzerindeki etkisini bilmek istersek, yararlı bir nicelik olmayacaktır.

Şekil 1.2. Aktifliğin Üstel Bozunumu : (a) Lineer Çizim (b) Yarı Logaritmik Çizim.





Kaynak: Kenneth S. Krane (2. Baskı): (Krane, 2011)

Denklem (1.9) aktifliğin zamanla üstel olarak azaldığını göstermektedir. Böylece Δt kısa zaman aralıkları içindeki bozunmaları ard arda sayarak aktifliği zamanın fonksiyonu olarak ölçebiliriz. Bu verileri yarı logaritmik olarak çizersek (yani t 'ye göre $\ln A$) eğimi, $-\lambda$ olan düz bir doğru elde ederiz. Şekil 1.2 buna ait bir örnektir, bu şekilden yararlanarak bir radyoaktif bozunmanın yarı ömrü tespit edilebilir.

Bu ölçme yöntemi, çok kısa ve çok uzun yarı ömürler için yararlı değildir. Yarı ömür, numunenin bozunması fark edilebilecek kadar kısa olmalıdır. İnsan ömründen büyük yarı ömürler için aktiflikte kayda değer herhangi bir azalma gözlenmez. Böyle durumlar için dN/dt 'nin ölçülmesi (bu bozunmanın aktifliğidir) ve atom sayısının tespit edilmesiyle (kimyasal yapısı kesin olarak bilinen numunenin tartılmasıyla) denklem (1.1) doğrudan doğruya kullanılabilir.

Çok kısa yarı ömürler için ($1s$ 'ye göre daha kısa) ardışık parçalanma hızlarının gözlenmesi de yararlı değildir, çünkü aktifliğin hemen sıfır olacağı bu sürede sayım sistemi ancak açıp kapatılabilir. Bu durumlar için nano saniye ($10^{-9}s$) ve hatta piko saniyelerdeki ($10^{-12}s$) yarı ömürlerin rutin ölçümüne olanak veren çok daha hassas teknikler kullanılır.

Basit üstel radyoaktif bozunma kanunu yalnız sınırlı durumlara uygulanabilir; belirli bir radyoaktif madde (radyasyon yayınlayarak) kararlı bir son çekirdeğe bozunur. Bu şartlar altında, 1'nci denklem radyoaktif çekirdek λ_1 bozunma sabiti 2'nci denklem ise kararlı çekirdeğe bozunduğu zaman mevcut bozunmamış çekirdeklerin sayısı

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t} \quad (1.11)$$

$$N_2 = N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t}) \quad (1.12)$$

dır. 2'nci denklem çekirdeklerin sayısının 0'dan başlayıp $t \rightarrow \infty$ için N_0 'a yaklaştığına (tüm 1'nci denklemdeki çekirdekler 2'nci denklemdeki çekirdeklere dönüşür) ve $N_1 + N_2 = N_0$ olduğuna dikkat ediniz. Eğer 2'nci denklemdeki çekirdeklerin kendisinde radyoaktifse veya 1'nciden denklemdeki çekirdeklerden üretiliyorsa (örneğin bir nükleer reaksiyon sonucunda) denklem (1.11) kullanılamaz.

Çoğu zaman verilen bir tür ilk çekirdek iki veya daha fazla farklı yolla farklı iki son çekirdeğe bozunabilir. Bu iki farklı bozunma tarzını (mod) a ve b ile gösterelim. a modunun bozunma hızı, $(dN/dt)_a$, λ_a kısmi bozunma sabiti ve b modunun bozunma hızı $(dN/dt)_b$ ise λ_b ile belirlenir:

$$\begin{aligned} \lambda_a &= \frac{-(dN/dt)_a}{N} \\ \lambda_b &= \frac{-(dN/dt)_b}{N} \end{aligned} \quad (1.13)$$

Toplam bozunma hızı $(dN/dt)_t$

$$-\left(\frac{dN}{dt}\right)_t = -\left(\frac{dN}{dt}\right)_a - \left(\frac{dN}{dt}\right)_b = N(\lambda_a + \lambda_b) = N\lambda_t \quad (1.14)$$

dır. Burada $\lambda_t = \lambda_a + \lambda_b$ toplam bozunma sabitidir. Dolayısıyla çekirdekler $N = N_0 e^{-\lambda_t t}$ ye göre ve $|dN/dt|$ aktifliği λ_t bozunma sabitiyle bozunur. a ve b son durumlarına yol açan radyasyonu saysak da yalnızca λ_t toplam bozunma sabitini gözleriz, asla λ_a ve λ_b bozunma sabitli bir üstel bozunma gözleyemeyiz. λ_a ve λ_b bağıl bozunma sabitleri bozunmanın a ve b modlarından hangisi ile ilerliyeceği olasılığını belirler. Böylece çekirdeklerin λ_a / λ_t kesri a, λ_b / λ_t kesri b moduyla bozunur,

$$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$$

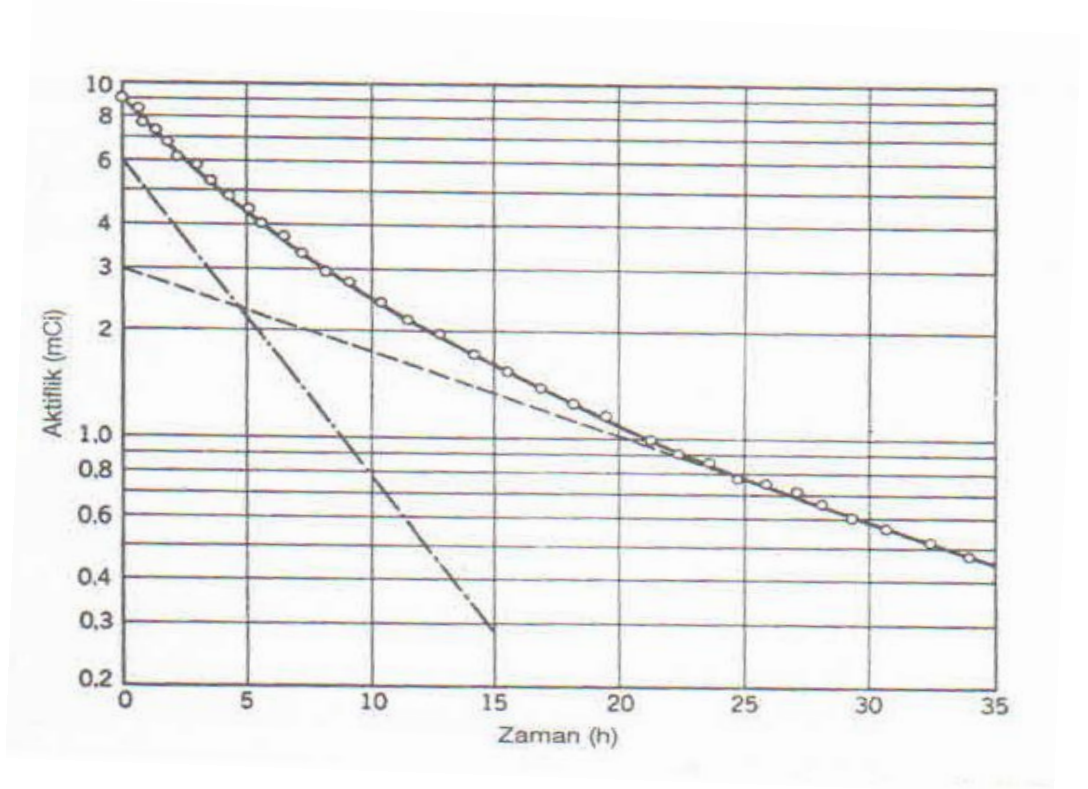
$$N_{2,a} = (\lambda_a / \lambda_t) N_0 (1 - e^{-\lambda_1 t})$$

$$N_{2,b}=(\lambda_b / \lambda_t) N_0 (1-e^{-\lambda_{1,t}t}) \quad (1.15)$$

λ_a ya da λ_b ayırma çarpanları hiçbir zaman üstel terimde görünmezler; bir bozunma modunun üstel bozunumunu gözlemek için diğer bir bozunma modunu “kesemeyiz”.

Diğer bir özel durumda, iki yada daha fazla radyoaktif çekirdek içeren bir numunenin bozunma şemaları birbirinden bağımsızdır. ^{64}Cu (12,7 h) ve ^{61}Cu (3,4 h) çekirdeklerinin bir karışımını göz önüne alalım; böyle bir karışım kimyasal olarak ayrıştırılamaz. Şekil 1.3’de özel bir karışımın aktifliğinin zamana göre grafiği yarı logaritmik bir kağıt üzerine çizilmiştir. Eğrinin sağ uç kısmında (eğri doğru şeklinde olduğundan) yalnız tek bir aktifliğin mevcut olduğu varsayılır; eğrinin bu kısmına ait eğim 12,7 h’lik bir yarı ömür verir.

Şekil 1.3. ^{64}Cu (12,7 h) ve ^{61}Cu (3,4 h) Karışımını İçeren Bir Numunenin Bozunma Eğrisi



Kaynak: Kenneth S. Krane (2. Baskı) : (Krane, 2011)

1.4. IŞIMALI BOZUNUMLARIN KUANTUM TEORİSİ

Schrödinger denkleminin zamandan bağımsız bir çok potansiyel için çözümünden elde edilen enerji düzeylerinin ortak özelliği hepsinin de kararlı durumlar olmasıdır. Başlangıçta kararlı bir durumda bulunan bir kuantum sistemi daima bu durumda kalır ve diğer durumlara geçiş yapmaz (yani bozunmaz). Bir kuantum sistemi bazen bir durumda, bazende başka bir durumda bulunabilir. Böyle bir durum iki veya daha fazla durumun karışımıdır ve $\varphi = C_1\varphi_1 + C_2\varphi_2$ şeklinde ifade edilir. $|C_1|^2$ 1 durumunda bulunma olasılığını, $|C_2|^2$ ise 2 durumunda bulunma olasılığını gösterir. Zamandan bağımsız potansiyeller için C_1 ve C_2 sabitleri zamandan bağımsızdır; bu durumlar gözlenen bozunmalara karşı gelmezler; bir durumda bulunma olasılığı zamanla değişir

Bu nedenle şu yaklaşımı benimseriz: Potansiyelin $V + V'$ şeklinde olduğu varsayılır, burada V kararlı durumları oluşturan çekirdek potansiyeli ve V' durumlar arasındaki geçişlere neden olan çok zayıf ilave potansiyeldir. Bir an için V' 'yi ihmal ederek Schrödinger denklemini V potansiyeli için çözersek, kararlı çekirdek dalga fonksiyonlarını elde ederiz. Bu dalga fonksiyonlarını daha sonra V' 'nin etkisindeki “kararlı durumlar” arasındaki geçiş olasılıklarını hesaplamak için kullanırız. Bu geçiş olasılığı tam olarak λ bozunma sabitidir ve Fermi'nin Altın Kuralı ile verilir.

$$\lambda = \frac{2\pi}{h} |V'_{is}|^2 \rho(E_s) \quad (1.16)$$

burada

$$V'_{is} = \int \varphi_s^* V' \varphi_i dv \quad (1.17)$$

dir. φ_i ve φ_s ilk ve son durumların dalga fonksiyonları ile V' 'nin “matris elemanını” ve böylece geçiş olasılığını hesaplayabiliriz (bu daha sonra deneysel değer ile karşılaştırılır).

Geçiş olasılığı $\rho(E_s)$ son durum yoğunluğundan da etkilenir; bir $d(E_s)$ enerji aralığı içinde sistemin kabul edilebilir son durumlarının sayısı $dn_s = \rho(E_s)d(E_s)$ 'dir. Mümkün son durumların sayısı ne kadar büyükse geçiş olasılığı da o kadar büyük olur. Bozunmadan sonraki durum, son çekirdek durumu ve yayınlanan radyasyon olmak

üzere iki bileşen içerdiği için son durum yoğunluğuna iki kat katkı vardır. Çekirdeğin $\varphi_a(\mathbf{r},t)$ kararlı durumları verir, a durumu için zamana bağlı dalga fonksiyonu ise:

$$\varphi_a(\mathbf{r},t) = \varphi_a(\mathbf{r})e^{-iE_a t/\hbar} \quad (1.18)$$

dir. Burada E_a durumun enerjisidir. Sistemin a durumunda bulunma olasılığı $|\varphi_a(\mathbf{r},t)|^2$ 'dir ve kararlı bir durum için zamandan bağımsızdır. Radyoaktif bozunma kanunu ile uyum içinde olması için bozunan sistemimizin a durumunda bulunma olasılığının zamanla e^{-t/τ_a} şeklinde azalmasını isteriz:

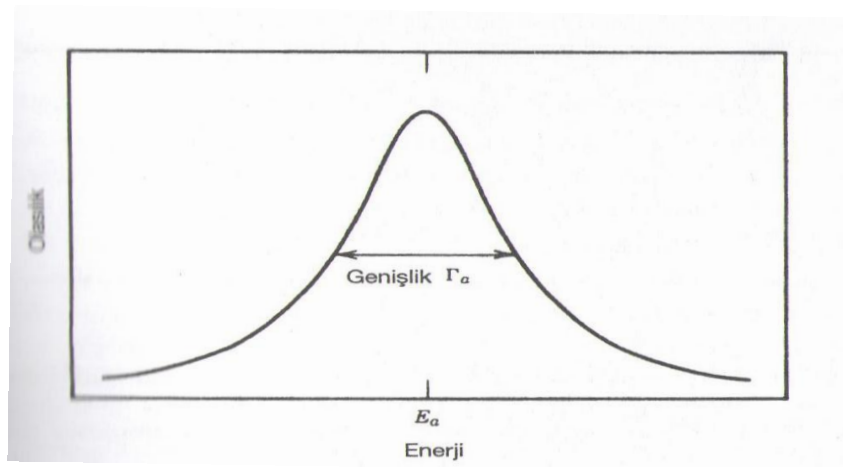
$$|\varphi_a(t)|^2 = |\varphi_a(t=0)|^2 e^{-t/\tau_a} \quad (1.19)$$

Burada $\tau_a = 1/\lambda_a$, bozunma sabiti λ_a olan durumun ortalama ömrüdür. Dolayısıyla denklem (1.17) aşağıdaki gibi yazılır.

$$\varphi_a(\mathbf{r},t) = \varphi_a(\mathbf{r})e^{-iE_a t/\hbar}e^{-t/2\tau_a} \quad (1.20)$$

φ_a 'ya reel üstel terimin ilave edilmesi, durum enerjisinin tam olarak belirlenme olanağını azaltır. Söz konusu durum artık kararlı bir durum değildir. Enerji durumlarının dağılımını hesaplayarak ($e^{-t/2\tau_a}$ Fourier dönüşümü) bu tartışmayı daha özenli yapabiliriz. Sistemi E_a civarında E ile $E + dE$ aralığında gözleme olasılığı, bu dağılımın karesiyle verilir:

Şekil 1.4. Γ_a Genişliğindeki Kararsız Bir Durumun Enerjisini Gözleme Olasılığı



Kaynak: Kenneth S. Krane (2. Baskı)

$$P(E)dE = \frac{dE}{(E-E_a)^2 + \Gamma_a^2/4} \quad (1.21)$$

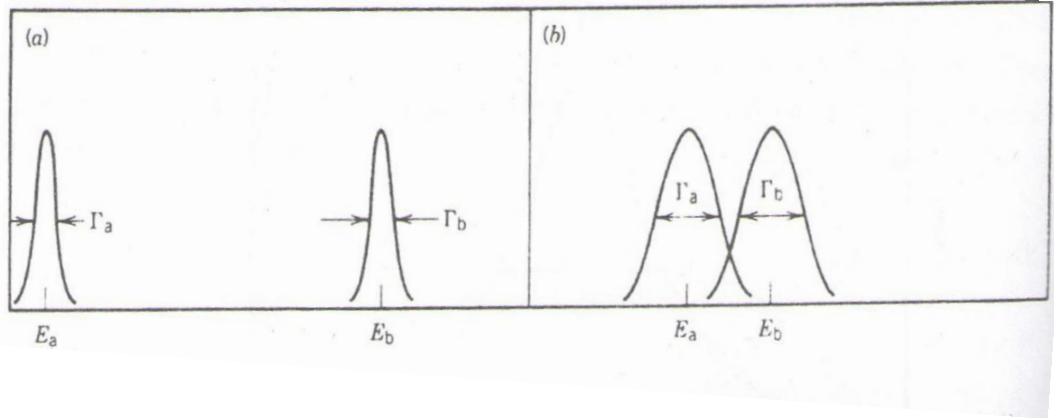
Burada $\Gamma_a = \hbar/\tau_a$, a durumunun genişliğidir. Şekil 1.4, $P(E)$ fonksiyonunu göstermektedir. Eğer bu sistemin enerjisini ölçmeye kalkarsak E_a 'yı tam olarak bulamayız (her ne kadar birçok ölçümün ortalaması E_a 'yı verse de). Γ_a genişliği, durumun enerjisinin ölçülmesindeki belirsizliğin bir ölçüsüdür (bizim hatamız değildir; doğa, ölçüm aygıtlarını değil, ölçüm kesinliğini sınırlar; Şekil 1.4'de görüldüğü gibi “tam” olarak E_a enerjisindeki bir durum gözlenemez).

Çekirdek durumları kesin enerji değerlerine sahip değilse kesikli düzeyler arasındaki geçişten söz edilebilir mi? Düşük enerjili nükleer düzeylerin genişliği, düzeyler arasındaki uzaklıktan daha küçük olduğu için bu sorunun cevabı evettir. Çekirdek durumları 10^{-12} s'den daha uzun ömürlüdür, bu değer $\Gamma < 10^{-10}$ MeV'e karşılık gelir. Sıradan bozunmalarda (ve bir çok nükleer reaksiyonda) popülasyona uğrayan düşük enerjili kesikli düzeyler arasındaki uzaklık 10^{-3} MeV veya daha büyüktür. Bir bozunma işleminden sonra bir son çekirdek durumunun enerjisini ölçecek olsaydık (örneğin yayınlanan radyasyonun enerjisini ölçerek) a ve b gibi farklı iki son durumun enerji dağılımlarının üst üste binmesi muhtemelen bozunma sonucunda meydana gelen son “kararlı” durum için karışıklığa neden olacaktı (Şekil1.5’bakınız).

Aralarındaki uzaklık genişliklerinden daha büyük olduğu için kesikli psödo kararlı durumlardan söz etmenin uygun olacağı ve ayrıca bir bozunma işlemi sonunda ulaşılabilen yalnız bir nükleer durum olduğundan, böyle nükleer durumların son durum yoğunluğuna katkıda bulunamayacakları sonucunu çıkarırız.

Böylece durum yoğunluğuna yalnız radyasyon alanı katkıda bulunur $\rho(E_s)$ 'yi hesaplarken yayınlanan radyasyonun özelliklerini göz önünde bulundurmamız gerekir. Şimdilik yalnız $\rho(E_s)$ hakkında genel bazı yorumlar yapacağız. Eğer yalnız E_s son çekirdek durumunun meydana gelme olasılığını gözlüyorsak, E_i-E_s enerjili tüm mümkün radyasyonları dikkate almamız gerekir. Radyasyonun doğrultusunu veya kutuplanmasını özellikle gözlemliyorsak radyasyon herhangi bir doğrultuda yayınlanabilir (eğer radyasyon, spinli bir parçacık ise spin, herhangi bir yönelime sahip olabilir).

Şekil 1.5. Kararsız Durumların Genişlikleri Aralarındaki Uzaklığa Kıyasla Küçük Olduğu Zaman, (a)'da Olduğu Gibi, Durumlar Kesiklidir ve Gözlenebilirler. (b)'de a ve b Durumları Üst Üste Binmiş ve Birbirine Karışmış Durumdur, Bu Durumlar Açıkça Gözlenebilir Dalga Fonksiyonuna Sahip Değildir.



Kaynak: Kenneth S. Krane (2. Baskı)

Radyoaktif bozunma kanununun elde edilmesi için (1.1) diferansiyel denkleminin çözümünde λ bozunma olasılığının (1) küçük ve (2) zamanla değişmediğini varsaymıştık. Aynı varsayımlar Fermi'nin Altın Kuralı'nın çıkarılışında da yapılmıştır. Eğer V' zamandan bağımsız ise denklem (1.15)'e göre hesaplanmış olan λ 'da zamandan bağımsız olacaktır. Bu şartlar altında V' 'nin, V 'nin a ve b kararlı durumlarına etkisi

$$\varphi_a \rightarrow \varphi_a + \frac{V'_{ba}}{E_b - E_a} \varphi_b$$

dir ve önceden a seviyesinde bulunan sistemin b durumunda bulunma olasılığı $|V'_{ba}|^2$ ile orantılıdır. Bunu a'dan b'ye bir bozunma olarak gözleriz.

Fermi'nin Altın Kuralı'nı uygulayabilmek için bozunma olasılığının ve dolayısıyla yukarıdaki ifadede bulunan φ_b 'nin genliğinin küçük olması gerekir. Bu, bozunma işlemi için gerekli bir koşuldur. Eğer bozunma olasılığı büyük ise bu kez rezonans soğurulma işlemi $b \rightarrow a$ ters geçişi meydana getirecek kadar yeterli radyasyon

bulunacaktır. Bu durumda sistem a ve b durumları arasında iki bağımlı klasik sisteme benzer şekilde salınır.

Çok miktardaki bir çekirdek topluluğunun etkin bozunma olasılığı ile tek bir çekirdeğin kuantum mekaniksel olarak hesaplanan mikroskobik bozunma olasılığı arasındaki son bağıntı topluluk içindeki her çekirdeğin diğerlerinden bağımsız olarak radyasyon yayınladığı varsayımını gerektirir. Bir çekirdeğin bozunumunun komşu çekirdeklerin bozunumundan bağımsız olduğu varsayılır. Bu varsayım ise laboratuarda ölçülen bozunma sabitini, kuantum mekaniksel olarak hesaplanan sonuçla karşılaştırma imkanı verir: (Krane, 2011).

İKİNCİ BÖLÜM

ELEKTROMANYETİK GEÇİŞLER

2.1. ELEKTRİK GEÇİŞ SÜREÇLERİ

2.1.1. Maxwell Denklemlerine Dayanarak Elektromanyetik Süreçlerin Kuantum Teorisi

Elektromanyetik alanın yayılmasını ve onun yük akı yoğunlukları ile ilişkisini izah eder. Elektromanyetik etkileşme için aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\begin{aligned} H' &= \int j_{\mu}(\vec{r}, t) A_{\mu}(\vec{r}, t) d\vec{r} = \\ &= \int \varphi(\vec{r}, t) \rho(\vec{r}, t) d\vec{r} - \frac{1}{c} \int j(\vec{r}, t) A(\vec{r}, t) d\vec{r} \end{aligned} \quad (2.1)$$

Söz konusu ifade 4- boyutta

$$A_{\mu} = (\varphi, \vec{A}) \quad (2.2)$$

Vektör potansiyeli ile

$$j_{\mu} = (\rho, \frac{1}{c} \vec{j}) \quad (2.3)$$

Bu 4 – boyutta akı yoğunluğu arasındaki yerel bağı gösterir. Burada φ ve ρ 4 – boyuttaki vektörün reel kısmıdır.

Burada elektrik yükünün korunması

$$c \frac{\partial}{\partial x_{\mu}} j_{\mu}(\vec{r}, t) = \vec{\nabla} j(\vec{r}, t) + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}, t) = 0 \quad (2.4)$$

süreklilik denklemi biçimindedir.

Foton kütlesi sıfır spini ise bir ($\hbar$ birimlerinde) olan bir parçacıktır. Bilindiği gibi fotonun spini onun momentumuna paralel ya da anti paralel (helesitesi $h = \pm 1$) dir. Bu nedenle belirli bir momentuma ($\hbar q$) sahip bir fotonun iki durumu söz konusudur. Biri $h = 1$ diğeri de $h = -1$ dir.

Foton açısal λ momenti ve onun dalga adeti (q) üzerindeki μ izdüşümü ile karakterize edilebilir. $\lambda=0$ 'a sahip bir foton yoktur. Her verilen q, λ ve μ için ($\lambda \geq 1$) foton iki durumda olabilir. Bu söz konusu durumlar $h = \pm 1$ helesite ile yada $\pi = \pm 1$

(parite) ile karakterize edilebilir. Verilmiş belirli λ ve π ile karakterize edilen λ kuarklar pariteye bağlı olarak ya elektrik ($E\lambda$) yada ($M\lambda$) çok kutupları olarak adlanır.

$$\pi = (-1)^\lambda, \quad E\lambda, \quad X = \lambda \pm 1 \quad (2.5)$$

$A(r)$ vektör potansiyeli foton yok etme ve oluşturma süreçlerini karakterize eder. Fotonun iki adet polarizasyona sahip olması nedeniyle $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ vektör potansiyelinin enine olduğu söylenilebilir. Bu nedenle aşağıdaki denklemi sağlar

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad (2.6)$$

Elektrik kuantlarına bağlı olan multipol momentler aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$M(E\lambda, \mu) = \frac{-i(2\lambda+1)!!}{cq^{\lambda+1}(\lambda+1)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla) \left(j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) \right) d\tau, \quad (2.7)$$

2.7’de yer alan $j_\lambda(qr)$ radyal fonksiyonları, λ ’da Küresel Bessel fonksiyonlarıdır. Bu fonksiyonlar serbest hareket eden λ kuantların dalga fonksiyonlarıdır.

Aşağıdaki ifadeden

$$\begin{aligned} \nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla) j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) &= q j_{\lambda+1}(qr) \lambda \left(\frac{\lambda+1}{2\lambda+1} \right)^{1/2} \Phi_{\mu=\lambda+1, \lambda\mu} - \\ &- q j_{\lambda-1}(qr) (\lambda+1) \left(\frac{\lambda}{2\lambda+1} \right)^{1/2} \Phi_{\mu=\lambda-1, \lambda\mu} \end{aligned} \quad (2.8)$$

$M(E\lambda)$ multipol momentinin iki bileşenden oluştuğu görülmektedir. Bu orbital momentumun farklı iki değerine karşılık gelir. (Aage Bohr) formülüne dayanarak aşağıdaki ifade yazılabilir.

$$\nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla) j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) = - \nabla \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [r j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}})] \right\} - q^2 r j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (2.9)$$

ve

$$\begin{aligned} M(E\lambda, \mu) &= \frac{(2\lambda+1)!!}{q^\lambda(\lambda+1)} \int \rho(\mathbf{r}) \cdot \frac{\partial}{\partial r} [r j_\lambda(qr)] c + \\ &+ \frac{i(2\lambda+1)!!}{cq^{\lambda-1}(\lambda+1)} \int [\mathbf{r} \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r})] [r j_\lambda(qr)] Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Foto nükleer olaylarında fotonun dalga boyu çekirdeğin ölçülerinden daha büyük olduğu için

$$qR = 6,1 \cdot 10^{-3} A^{1/3} E_{\gamma}(\text{Mev})$$

$$(R = 1,2 A^{1/3} \text{ fm}) \quad (2.11)$$

yazılabilir. Bu nedenle $qr \ll 1$ olduğu durumlarda Bessel fonksiyonunu aşağıdaki açılımı kullanılabilir.

$$j_{\lambda}(qr) = \frac{(qr)^{\lambda}}{(2\lambda+1)!!} \left[1 - \frac{1}{2} \frac{(qr)^2}{2\lambda+3} + \dots \right]. \quad (2.12)$$

Çoğu durumlarda yukarda gösterilen formülün iki terimi ile yetinilir. Bu yaklaşımda multipol momentler daha basit bir biçime indirgenebilir:

$$M(E\lambda, \mu) = \int \rho(\mathbf{r}) \cdot r^{\lambda} Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau, \quad (2.13)$$

Bilindiği gibi belirli bir multipola sahip foton ışıması (yada soğrulması) genliği uygun multipol momenti operatörünün matris elemanı ile orantılıdır. Işımanın toplam olasılığı ise aşağıdaki biçimde gösterilebilir:

$$T(E(M)\lambda; I_1 \rightarrow I_2) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2} \frac{1}{h} q^{2\lambda+1} B(E(M)\lambda; I_1 \rightarrow I_2) \quad (2.14)$$

burada indirgenmiş geçiş olasılığı aşağıdaki formülle belirtilir:

$$B(E(M)\lambda; I_1 \rightarrow I_2) = \sum_{\mu M_2} |\langle I_2 M_2 | M(E(M)\lambda, \mu) | I_1 M_1 \rangle|^2 = \frac{|\langle I_2 || M(E(M)\lambda) || I_1 \rangle|^2}{2I_1+1} \quad (2.15)$$

λ ve π 'nin birkaç değeri için (2.14) formülünden aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$\begin{aligned} T(E1) &= 1.59 \times 10^{15} (E)^3 B(E1), \\ T(E2) &= 1.22 \times 10^9 (E)^5 B(E2), \\ T(E3) &= 5.67 \times 10^2 (E)^7 B(E3), \\ T(E4) &= 1.69 \times 10^{-4} (E)^9 B(E4), \end{aligned} \quad (2.16)$$

Bu ifadelerde E enerjisi Mev cinsinden $B(E\lambda)$ ise $e^2(\text{fm})^{2\lambda}$ birimlerindedir.

Gama geçişlerin matris elemanları fotonların rezonans saçılmalarından ve foto nükleer reaksiyonları verilerinden bulunur. Bu veriler sırasıyla: (Malmfors K.G, Mossbauer 1965, Levinger 1960 ve Hayward 1964) tarafından tartışıldı.

2.2. TEK PARÇACIKLI ELEKTRİK GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARI

Çoğu zaman nükleonlar belirli manyetik momente sahip noktasal yük gibi kabul edilir, yani:

$$\rho(\vec{r}) = \sum_k e \left[\frac{1}{2} - t_z(k) \right] \delta(\vec{r} - \vec{r}_k)$$

$$\vec{j}(\vec{r}) = \sum_k e \left[\frac{1}{2} - t_z(k) \right] \frac{1}{2} [\vec{v}_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) + \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \vec{v}_k] + \frac{e\hbar}{2M} \sum_k g_s(k) \vec{\nabla} \times \vec{s}_k \delta(\vec{r} - \vec{r}_k) \quad (2.17)$$

Bu durumda elektrik multipol matris elemanları ifadeleri aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$M(E\lambda, \mu) = \sum_k e \left[\frac{1}{2} - t_z(k) \right] r_k^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta_k, \varphi_k), \quad (2.18)$$

Burada t_z nükleonların izotop spininin oz bileşenidir ve nötron için $t_z = 1/2$, proton için ise $t_z = -1/2$ dir. g_s çarpanı proton ve nötron g çarpanı sabitleri ile aşağıdaki gibi ilişkilidir.

$$g_s = \frac{1}{2} (g_n + g_p) + t_z (g_n - g_p) \quad (2.19)$$

Elektrik multipol momentlerin indirgenmiş matris elemanları için ise aşağıdaki ifade vardır

$$\begin{aligned} \langle j_2 || i^\lambda M(E\lambda) || i_1 \rangle &= \\ &= e(-1)^{j_1 - j_2 + \lambda} i^{l_1 - l_2 + \lambda} \left[\frac{(2\lambda+1)(2j_1+1)}{4\pi} \right]^{1/2} \langle j_2 || r^\lambda || j_1 \rangle \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda 0 || j_2 \frac{1}{2} \rangle \end{aligned} \quad (2.20)$$

$(l_1 + \lambda - l_2)$ sayısı çift olduğunda bir parçacıklı indirgenmiş geçiş olasılığı için ise aşağıdaki formül yazılabilir:

$$B_{sp}(E\lambda; j_1 \rightarrow j_2) = \frac{e^2}{4\pi} (2\lambda+1) \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda 0 || j_2 \frac{1}{2} \rangle^2 \langle j_2 || r^\lambda || j_1 \rangle^2 \quad (2.21)$$

Burada etkin elektrik yükü nötron ve proton için farklıdır ve aşağıdaki formülle belirtilir.

$$(e)_{E1} = \left(\frac{1}{2} - t_z\right) e - \frac{Z \cdot e}{A} = \begin{cases} \frac{N}{A} e & \text{proton} \\ -\frac{Z}{A} e & \text{nötron} \end{cases} \quad (2.22)$$

Weisskopf birimlerinde elektrik geçiş olasılığı aşağıdaki biçimdedir:

$$B_W(E\lambda) = \frac{(1,2)^2}{4\pi} \left(\frac{3}{\lambda+3}\right)^2 A^{2\lambda/3} e^2 (\text{fm})^2, \quad (2.23)$$

2.3. MANYETİK GEÇİŞ SÜREÇLERİ

Verilmiş belirli λ ve π ile karakterize edilen λ kuarklar pariteye bağlı olarak ya elektrik ($E\lambda$) yada ($M\lambda$) çok kutupları olarak adlanır.

$$\pi = (-1)^{\lambda+1}, \quad M\lambda, \quad X=\lambda \pm 1 \quad (2.24)$$

Manyetik kuantlarıyla bağlı olan multipol momentler aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$M(M\lambda, \mu) = \frac{-i(2\lambda+1)!!}{c q^\lambda (\lambda+1)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r} \times \nabla) \left(j_\lambda(qr) Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) \right) d\tau. \quad (2.25)$$

Bessel fonksiyonunu açılımı kullanılarak manyetik multipol momentler daha basit bir biçime indirgenebilir

$$M(M\lambda, \mu) = \frac{-1}{c (\lambda+1)} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r} \times \nabla) \int \rho(\mathbf{r}) \cdot r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{\mathbf{r}}) d\tau. \quad (2.26)$$

λ ve π ' nin birkaç değeri için (2.14) formülünden aşağıdaki eşitlikler yazılabilir.

$$T(M1) = 1.76 \times 10^{13} (E)^3 B(M1)$$

$$T(M2) = 1.35 \times 10^7 (E)^5 B(M2)$$

$$T(M3) = 6.28 \times 10^0 (E)^7 B(M3)$$

$$T(M4) = 1.87 \times 10^{-6} (E)^9 B(M4) \quad (2.27)$$

Bu ifadelerde enerji E Mev cinsinden, $B(M\lambda)$ ise $(e\hbar Mc)^2 (\text{fm})^{2\lambda-2}$ cinsindendir. Bu veriler sırasıyla: (Malmfors K.G. ve Mossbauer 1965, Levinger 1960 ve Hayward 1964) tarafından tartışıldı.

2.4. TEK PARÇACIKLI MANYETİK GEÇİŞ MATRİS ELEMANLARI

Eğer nükleonlar belirli manyetik momente sahip bir noktasal yük olarak kabul edilirse manyetik multipol momentleri için aşağıdaki ifadeler yazılabilir

$$M(M\lambda, \mu) = \frac{eh}{2Mc} \sum_k \left[g_s(k) s_k + \frac{2g_l(k)}{\lambda+1} \mathbf{I}_k \right] \cdot \nabla_k \left[r_k^\lambda Y_{\lambda\mu}(\vartheta_k, \varphi_k) \right]. \quad (2.28)$$

Manyetik momentinin spin kısmını elde etmek için (2.9) formülü kullanılabilir. Bu durumda aşağıdaki özdeşlikte göz önüne alınmalıdır.

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{r}) r^\lambda Y_{\lambda\mu} = (\lambda+1) \nabla r^\lambda Y_{\lambda\mu}. \quad (2.29)$$

Böylece manyetik dipol momentini aşağıdaki biçimde de yazılabilir:

$$M(M\lambda, \mu) = \frac{eh}{2Mc} [\lambda(2\lambda+1)]^{1/2} \times \sum_k r_k^{\lambda-1} \left[\left(g_s - \frac{2g_l}{\lambda+1} \right) (Y_{\lambda-1} s) + \frac{2g_l}{\lambda+1} (Y_{\lambda-1} j) \right]_{(\lambda-1, 1)\lambda\mu}^k \quad (2.30)$$

burada $\mathbf{j} = \mathbf{1} + \mathbf{s}$ nükleonun toplam açısal momentidir.

(2.30) formülüne dayanarak manyetik multipol momentleri için indirgenmiş matris elemanları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} \langle j_2 || i^{\lambda-1} M(M\lambda) || j_1 \rangle &= \\ &= \frac{eh}{2Mc} (-1)^{j_1 - j_2 + \lambda} i^{l_1 - l_2 + \lambda - 1} \left[\frac{(2\lambda+1)(2j_1+1)}{4\pi} \right]^{1/2} \langle j_2 || r^{\lambda-1} || j_1 \rangle \times \\ &\times \left\{ \left(g_s - \frac{2g_l}{\lambda+1} \right) \frac{\lambda}{2} \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda 0 || j_2 \frac{1}{2} \rangle \left[1 + 1/\lambda (-1)^{l_1 + 1/2 - j_1} \left\{ (j_1 + \frac{1}{2}) + (-1)^{j_1 + j_2 - \lambda} (j_2 + \frac{1}{2}) \right\} \right] + \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{j_1 + j_2 + \lambda} \frac{2g_l}{\lambda+1} [\lambda(2\lambda-1)(2\lambda+1)j_1(j_1+1)(2j_1+1)]^{1/2} \times \right. \\ &\quad \left. \times \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda - 1 0 || j_2 \frac{1}{2} \rangle \times \begin{Bmatrix} j_1 & 1 & j_1 \\ \lambda-1 & j_2 & \lambda \end{Bmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Burada $l_1 - l_2 + \lambda - 1$ çift sayı olmalıdır. $\langle j_1 m_1 \lambda \mu | j_2 m_2 \rangle$ - Klebs Gordou Katsayısı,

$\begin{Bmatrix} a & b & c \\ d & e & s \end{Bmatrix}$ - ise 6_j sembolleridir [Varşaloviç] $j_2 = j_1 + \lambda$ durumunda yukarıdaki formül daha basit biçime indirgenebilir:

$$\langle j_2 = j_1 + \lambda || i^{\lambda-1} M(M\lambda) || j_1 \rangle =$$

$$= \frac{eh}{2Mc} \left(g_s - \frac{2g_1}{\lambda+1} \right) \lambda \left(\frac{(2\lambda+1)}{4\pi} \right)^{1/2} (2j_1+1)^{1/2} \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda 0 | j_2 \frac{1}{2} \rangle^2 \langle j_2 | r^{\lambda-1} | j_1 \rangle, \quad (2.32)$$

Burada da birkaç λ için ve farklı durumlar için hesaplamak gerekir.

$$\begin{aligned} B_{sp}(M\lambda; j_1 \rightarrow j_2 = \lambda + j_1) = \\ = \left(\frac{eh}{2Mc} \right)^2 \left(g_s - \frac{2g_1}{\lambda+1} \right)^2 \lambda^2 \frac{2\lambda+1}{4\pi} \langle j_1 \frac{1}{2} \lambda 0 | j_2 \frac{1}{2} \rangle^2 \langle j_2 | r^{\lambda-1} | j_1 \rangle^2, \end{aligned} \quad (2.33)$$

Burada $l_2 = l_1 + \lambda - 1$ deneysel değerlerle karşılaştırılması için yukarıdaki formüllerin daha basit hale getirilebilir. Söz konusu basit hal Weisskopf birimleri olarak adlandırılır. Bu durumda çekirdeğin yarı çapı $R = 1,2 A^{1/3}$ kabul edilir ve Weisskopf birimlerinde manyetik geçiş olasılığı aşağıdaki biçimdedir.

$$B_W(M\lambda) = \frac{10}{\pi} (1,2)^{2\lambda-2} \left(\frac{3}{\lambda+3} \right)^2 A^{(2\lambda-2)/3} \left(\frac{eh}{2Mc} \right)^2 (\text{fm})^{2\lambda-2} \quad (2.34)$$

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

BETA BOZUNUMU

3.1. ÇEKİRDEKLERİN BETA BOZUNUMU

Bir radyoaktif çekirdek β bozunumu yaptığında ürün çekirdek ana çekirdekle aynı sayıda nükleon içerir. Bu bozunum işlemi temel olarak bir nötronun protona yada bir protonun nötrona dönüşmesi olayıdır. Çekirdeğin proton ve nötron sayısı değişir. Fakat toplam nükleon sayısı değişmez.

Çekirdeğin negatif elektron yayınlaması sonucunda gözlenen ilk radyoaktif olaylardan birisi β bozunumudur. Bunun tam tersi olan, yani çekirdeğin atomun elektronlarından birini yakalaması da mümkündür. Bu olay 1938’de Alvarez’in çekirdek tarafından yakalanan atomun elektronunun boşalttığı yerin doldurulması sırasında yayınlanan karakteristik X-ışınlarını bulmasına kadar geçen zamanda gözlenememiştir. 1934’de Joliot - Curies ilk kez radyoaktif bozunmada pozitif elektron (pozitron) yayınlanması olayını gözlemlemişlerdir. Yalnızca iki yıl sonra pozitron kozmik ışınlarda keşfedilmiştir. Bu üç nükleer olay birbiri ile yakından ilgili olup beta bozunumu olarak adlandırılır. En temel β bozunma reaksiyonu, çekirdekte bir nötronun bir protona veya bir protonun nötrona dönüşümüdür. Bir çekirdekte β bozunumu hem nötron sayısını (N) hem de proton sayısını (Z) bir birim değiştirir: $N \rightarrow N \pm 1$, $Z \rightarrow Z \mp 1$ böylece kütle numarası ($A=Z+N$) sabit kalır.

β bozunumu bilinen atomik parçacıkların reaksiyonları arasında izole edilmiş bir durumda yer almaktaydı. Ancak, daha sonra β bozunumu ile ilgili olan elementer parçacık süreçleri ortaya çıkmıştır. β etkileşmesi elektromanyetik kuvvetlerden daha küçük büyüklükte çiftlenmiş bir güç ile ifade edilir ve zayıf etkileşme olarak adlandırılır(Krane K. S, 1988). Nükleer β geçiş;

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \text{ (}\beta^- \text{ bozunumu)} \quad (3.1)$$

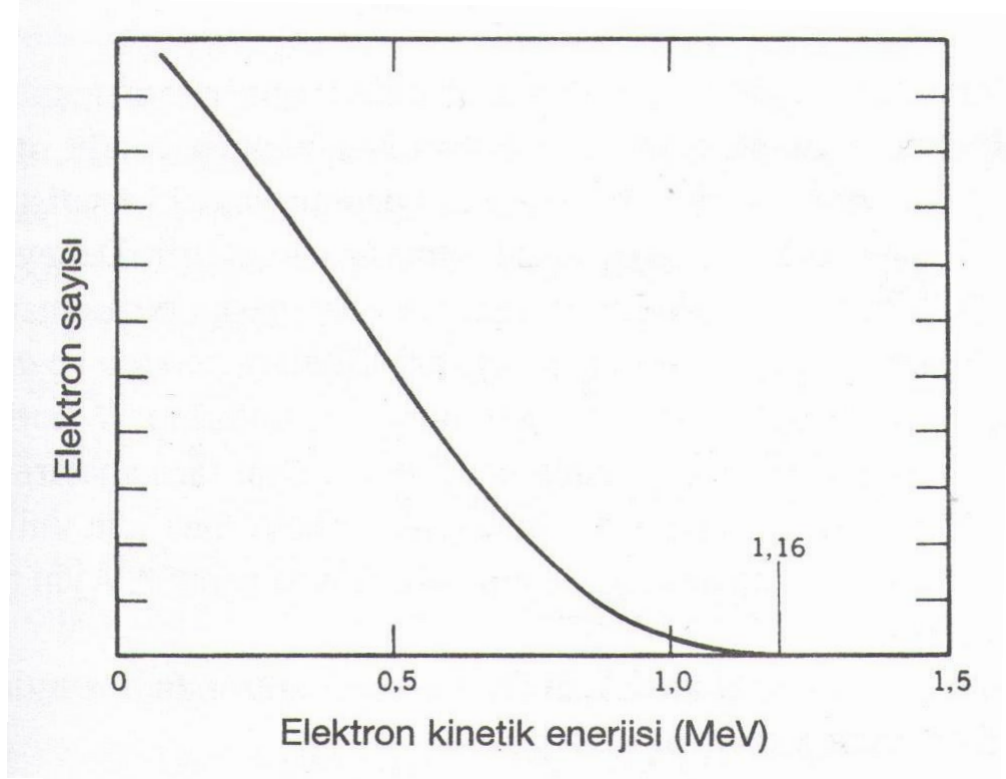
$$p \rightarrow n + e^+ + \nu \text{ (}\beta^+ \text{ bozunumu)} \quad (3.2)$$

$$p + e^- \rightarrow n + \nu \text{ (elektron yakalama)} \quad (3.3)$$

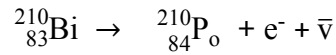
olarak üç kısımda incelenir.

3.2. β^+ ve β^- BOZUNUMLARINDA AÇIĞA ÇIKAN ENERJİ

Şekil 3.1. $^{210}_{83}\text{Bi}$ 'un (literatürde RaE de denir) Bozunumunun Sürekli Elektron Dağılımı.



Kaynak: Kenneth S. Krane (2. Baskı)



β^- Bozunumundan atomlar şekilde de görülebileceği gibi sürekli enerji salınımına sahiptir. Elektronun max. Enerjisi şekilde verilen noktada ‘‘End Poiht’’ enerjisi olarak adlandırılır ve bu değer bozunumun Q değerine eşittir. Bir nötronun bozunum enerjisi (Q) aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} + Q \quad (3.4)$$

$$Q = (m_n - m_p - m_e - m_{\bar{\nu}})c^2 \quad (3.5)$$

$$m_n = 939,573 \text{ MeV}$$

$$m_p = 938,280 \text{ MeV}$$

$$m_e = 0,511 \text{ MeV}$$

$$Q = 939,573 \text{ MeV} - 938,280 \text{ MeV} - 0,511 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2$$

$$Q = 0,782 \text{ MeV} - m_{\bar{\nu}} c^2$$

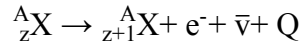
Durgun haldeki bozunum enerjisi ise;

$$Q = T_p + T_e + T_{\bar{\nu}} \quad (3.6)$$

salınan elektronun max. Enerjisi yaklaşık olarak Q değerine eşit olarak gözlenmiştir.

Bu nötrininin kütesiz bir parçacık olduğunu gösterir. Nötrino yüksüz ve spini $\frac{1}{2}$ olan parçacıktır. Nötrino yaklaşık olarak ışık hızı ile hareket eden ve toplam rölativistik enerjisi kinetik enerjisine eşittir.

3.2.1. β^- Bozunumunda Enerji Hesabı



Nükleer kütleler cinsinden :

$$Q_{\beta^-} = [M_N({}^A_ZX) - M_N({}^A_{Z+1}X) - m_e] c^2 \quad (3.7)$$

Atomik kütlelere çevirmek için

$$m({}^A_ZX) c^2 = M_N({}^A_ZX) c^2 + Z m_e c^2 - \sum_A B_i \quad (3.8)$$

Burada B_i i. elektronun bağlanma enerjisini gösterir. Atomik kütleleri cinsinden:

$$Q_{\beta^-} = \left\{ [m({}^A_ZX) - Z m_e] - \left[(m({}^A_{Z+1}X) - (Z+1) m_e - m_e) \right] \right\} c^2 \\ + \left\{ \sum_{i=1}^Z B_i - \sum_{i=1}^{Z+1} B_i \right\} \quad (3.9)$$

Bu bağıntıda elektron kütlelerinin birbirini götürdüğüne dikkat ediniz. Elektron bağlanma enerjileri arasındaki fark ihmal edilirse,

$$Q_{\beta^-} = [m({}^A_ZX) - m({}^A_{Z+1}X)] c^2 \quad (3.10)$$

Elde edilir, burada kütleler nötr atom kütleleridir. Q değeri elektron ile nötrino arasında paylaşılan enerjiyi temsil eder.

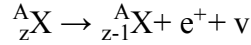
$$Q_{\beta^-} = T_e + E_{\bar{\nu}} \quad (3.11)$$

dir ve elektron ve nötrino enerjilerinden biri maksimum olduğu zaman diğeri sıfır olur :
(Krane K. S, 1988).

$$(T_e)_{\text{maks.}} = (E_{\bar{\nu}})_{\text{maks.}} = Q_{\beta^-}$$

3.2.2. β^+ Bozunumunda Enerji Hesabı

Pozitron bozunumunda, tipik bir bozunma olayı;

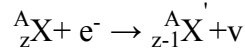


dır. Q_{β^+} 'nın hesaplanmasını atomik kütleleri kullanarak

$$Q_{\beta^+} = \left[m({}^A_ZX) - m({}^A_{Z-1}X') - 2m_e \right] c^2 \quad (3.12)$$

şeklindedir. Bu durumda elektron kütlelerinin ihmal edilmediğine dikkat edelim.

Elektron yakalama olayı;



ile gösterilir.

Elektron yakalama enerjisi;

$$Q_e = \left[m({}^A_ZX) - m({}^A_{Z-1}X') \right] c^2 - B_n \quad (3.13)$$

olur. β^+ bozunumu ve elektron yakalama sonucunda yukardaki reaksiyonlarda da görüleceği gibi aynı ürün çekirdekler oluşur. Ancak elektron yakalama olayının gerçekleşmesi için reaksiyonun Q değerinin sıfırdan büyük olması gerekir. β^+ bozunumu için Q değeri negatif olabilir. β^+ bozunumunun gözlenebilmesi için atomik kütleler arasındaki fark $2m_e c^2$ dir. $2m_e c^2 \geq 1,022$ MeV olmalıdır: (Krane K. S, 1988).

3.3. β BOZUNUMUNUN FERMİ TEORİSİ

β bozunumundaki geçiş olasılıklarının hesaplanması için alfa (α) ve β bozunumları arasında tamamen farklı bir yaklaşım kullanmamızı zorunlu kılan üç önemli fark vardır:

- Elektron ve nötrino bozunma işleminden önce çekirdekte bulunmaz ve

dolayısıyla bunu açıklamamız gerekir.

- Elektron ve nötrino göreceli olarak incelenmelidir.
- Elektron enerjisinin sürekli dağılımı hesaplanarak bulunmalıdır.

β bozunumlarının detaylı incelenmesinin nedenlerini, aşağıdaki gibi sıralayabiliriz:

- Bozunum aşamasında oluşan nötrino parçacığının kütlesi ve fiziksel özellikleri,

$\nu + p \rightarrow n + e^-$ reaksiyonundaki elektrik yükü ve nükleon sayısı korunup korunmaması,

- Sağ zayıf lepton akımının var olma olasılığı,
- Zayıf elektromanyetik ve kuvvetli etkileşmelerin bileşik teorisinin (Grand United Theory-GUT) geliştirilmesi,
- Çekirdek yapısı hakkında vereceği bilgiler,

olarak söyleyebiliriz.

1931 yılında W. Pauli, bozunum esnasında daha sonra E. Fermi'nin nötrino adını verdiği ikinci bir parçacığın yayınlandığını ileri sürdü. Elektrik yükünün korunumu, nötrinonun elektrikçe nötr olmasını, açısal momentumun korunumu ise nötrinonun bir elektron gibi 1/2 spinli olmasını gerektirir. İlk başarılı β bozunma teorisi, 1934 yılında E. Fermi tarafından, Pauli'nin nötrino hipotezine dayandırılarak geliştirildi. Zayıf etkileşmelerdeki parite korunumunun doğrulanmadığını fark edip dikkate alan modern bir β bozunum teorisi 1956 yılında T. D. Lee ve C. Yang tarafından ortaya atılarak E. Fermi'nin beta bozunum teorisi biraz daha geliştirilmiştir: (Lee, T. D. and Yang, C. N 1956: 254-258, 104).

Bu teoriyle, β spektrum şekilleri ve yarı ömür süreleri, geri tepme ve açısal kolerasyon deneyleri ile açıklanmıştır. Bozunmanın temeli, yarı-kararlı durumları oluşturan etkileşmelerle karşılaştırıldığında, zayıf olan bir etkileşmenin neden olduğu geçiş olasılığı ifadesinden elde edilebilir. β bozunumunda karakteristik süreler (yarı-ömürler) saniye mertebesinde ya da daha uzundur. Doğal nükleer süre ise 10^{-20} mertebesinde olduğu için β bozunumundaki karakteristik süreler doğal nükleer süreden çok daha uzundur. E. Fermi tarafından bozunmaya neden olan etkileşmenin zayıf bir pertürbasyon olarak ele alınmasıyla yapılan hesaplamalar sonucunda Fermi Altın Kuralı olarak bilinen ve bir seviyeden diğer bir seviyeye birim zamanda geçiş hızının hesaplanmasını sağlayan,

$$\lambda = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{si}|^2 \rho(E_s) \quad (3.14)$$

bağıntısını ortaya koymuştur[9]. Bu denklemde, M_{si} matris elemanı, λ bozunma hızı, $\rho(E_s)$ ise son durum yoğunluğudur. Bu matris elemanı, sistemin ilk ve son yarı-kararlı durumları arasındaki $\hat{H}_{op}$ etkileşmesinin integralidir. $\hat{H}_{op}$ ise geçişe neden olan etkileşme enerjisiyle ilgili olan Hamilton operatörüdür;

$$M_{si} = \int \psi_s^* \hat{H}_{op} \psi_i d\mathbf{v} \quad (3.15)$$

Fermi, β bozunumu için M 'nin matematiksel ifadesini bilmediği için eşitlik (3.14) ve (3.15)'yi kullanmadı. Bunun yerine özel görecelik ile uyuşan tüm mümkün şekilleri kullanarak Q_x ile gösterilen beş matematik işlemciden birinin V 'nin yerine kullanılabileceğini göstermiştir. X alt indisi ise Q işlemcisinin şeklini verir, yani $X = V$ (vektör), A (eksenel vektör), S (skaler), P (psödaskaler) veya tensördür. Bu dönüşümün özelliklerinden hangisinin β bozunumuna uygun olduğunu anlamak çok zaman almıştır ve yapılan deneyler sonucunda β bozunum için uygun sonucun vektör ve aksenal vektör olduğu sonucu ortaya çıkartılmıştır.

Son durum nükleer dalga fonksiyonu, ϕ_e ve ϕ_v elektron ve nötrinoyu karakterize eden zamandan bağımsız serbest parçacık dalga fonksiyonlarını temsil eder. Elektron ve nötrino dalga fonksiyonları, V birim hacmi için normalize edilirse;

$$\phi_e(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}/\hbar} = e^{\vec{k} \cdot \vec{r}}, \quad (3.16)$$

$$\phi_v(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{p}_v \cdot \vec{r}/\hbar} = e^{\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (3.17)$$

elde edilir. Bu dalga fonksiyonlarını seriye açar ve ilk terimi referans alırsak bu yaklaşım izinli bir yaklaşım olur. Daha sonra gelen her bir terim derecesine göre izinsiz geçişler olarak adlandırılır:

$$e^{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}/\hbar} = 1 + \frac{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar} + \frac{1}{2} \left[\frac{i\vec{p}_e \cdot \vec{r}}{\hbar} \right]^2 + \dots \cong 1, \quad (3.18)$$

$$e^{i\vec{p}_v \cdot \vec{r}/\hbar} = 1 + \frac{i\vec{p}_v \cdot \vec{r}}{\hbar} + \frac{1}{2} \left[\frac{i\vec{p}_v \cdot \vec{r}}{\hbar} \right]^2 + \dots \cong 1, \quad (3.19)$$

Çekirdeklerin $\beta^\mp$ bozunumlarının kuramsal ve deneysel sonuçları arasında bazı

sistematik farklılıklar vardır. Bu durum β parçacığı ile ürün çekirdek arasındaki Coulomb etkileşmesinden kaynaklanır. Atomların bozunumlarında yayınlanan elektron ve pozitronların momentum ve kinetik enerji spektrumlarına bakıldığında bu sonucu çıkarabiliriz. Sanal uyarılma durumları bazı bilim adamları tarafından: (Krmptic, F., Ebert, K. And Wild, W 1980: 342, 497-527, Krumlinde, J., Moller, P., 1984: 417, 478-502, Horen, D. J., et al, 1980: 27-30, 95, Khafizov, R. U., Tolokonnikov, S. V., 1985: 153, 353-357) destek bulmasına rağmen, çekirdeklerin β bozunumlarında elektron enerji ve momentum dağılımlarının teorik ve deneysel sonuçları incelendiğinde bazı farklar vardır. Bunun nedeni nükleer matris elemanının etkisinin teorik değerlerde dikkate alınmamasıdır. Teorik sonuçlar ile deneysel veriler arasında bir paralellik sağlanması için spektrum üzerinde etkisinin olmadığı kabul edilen M_{si} nükleer matris elemanının dikkate alınması gerekir. Bu, teorik sonuçlar ile deneysel verilerin uyumluluğu açısından iyi bir yaklaşımdır.

Bazen çok kötü sonuçlar verdiği durumlarda söz konusudur. Böyle durumlarda izinli yaklaşımda nükleer matris elemanının değeri sıfır olur. Bu durumda (3.18) ve (3.19) eşitlikleri ile verilen düzlem dalga açılımında, momentum bağımlılığını içeren diğer terimler göz önüne alındığında izinli olmayan bozunumlar söz konusudur.

Bir izinsiz bozunumun seviyesi, sıfır olmayan bir nükleer matris elemanı elde etmek için, düzlem dalga açılımında 1'den sonra ne kadar çok terimi göz önüne almamıza bağlıdır. Seri açılımında 1'den sonra gelen ilk terim birinci izinsiz bozunumu, ikinci terim ikinci izinsiz bozunumu verir ve bu şekilde devam eder. Genellikle bir çekirdek izinli veya birinci izinsiz geçiş ile bozunmayı tercih eder, daha yüksek mertebeden olan bozunmaları gözlemek oldukça zayıftır.

Bu yaklaşımda elektron ve nötrinin enerjisine bağlı olan terimler durum yoğunluklarından gelir. Yayınlanan elektronların momentum ve enerji dağılımlarını hesaplamak istersek, elektron ve nötrinin bozunma hızı,

$$d\lambda = \frac{2\pi}{h} g^2 |M_{si}|^2 (4\pi)^2 \frac{p_e^2 dp_e q_v^2 dq}{h^6 dE_s} \quad (3.20)$$

dir. Burada M_{si} nükleer matris elemanı, E_s son enerji, E_e ise bir sabittir

$$M_{si} = \int \psi_s^* Q_x \psi_1 dv, \quad (3.21)$$

$$E_s = E_e + E_\nu = E_s + q_c , \quad (3.22)$$

$$E_e = \frac{dq}{dE_s} = \frac{1}{c} \quad (3.23)$$

dir. Bu ifadede, momentum içermeyen terimleri C sabiti olarak kabul edelim. Bu durumda momentumu p ile $p + dp$ arasında bulunan elektronların dağılımını (3.24) ifadesinden bulabiliriz

$$N(p)dp = C p_e^2 q_\nu^2 dp \quad (3.24)$$

olarak bulabiliriz: (Krane K. S, 1988).

3.4. İZİNLİ β GEÇİŞLERİ

3.4.1. Geçiş Operatörleri

Elektromanyetik geçişlerinde olduğu gibi β geçiş olasılıkları da çekirdeklerin özelliklerine bağlıdır. β geçişlerin en basit formu öyle geçişlerdir ki bu geçişlerde β dönüşümü yapan nükleon hareketsiz kabul edilebilir. β geçiş sürecinde ısınlanan leptonların (elektron ve nötrino) dalga boyları çekirdek ölçülerinden çok büyük olduğu için bozunum genliğini nükleonun pozisyonundan bağımsız olduğu düşünülebilir.

β geçiş operatörünün dönüşüm yapan nükleonun konumuna ve hızına bağlı olmadığı varsayılabilen geçişler izinli geçişler olarak adlandırılır. Bu geçişler (izinli) iki çeşittirler. Fermi (F) ve Gamov-Teller (GT) geçişleri F geçişler durumunda nükleon ve leptonlar arasında hiçbir açısal momentum değiş tokuşu olmaz. Fakat GT geçişlerinde ise açısal momentum değişimi bir birimdir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., Malmfors K.G. ve Mossbauer 1965, Levinger 1960 ve Hayward 1964).

Bu tür β geçişleri için indirgenmiş olasılık aşağıdaki formülle hesaplanır.

$$B(F; IT, M_T \rightarrow IT, M_T \pm 1) = \frac{g_V^2}{4\pi} |\langle IMT, M_T \pm 1 | T_\pm | IMT, M_T \rangle|^2$$

$$B(GT; I_1 T_1, M_T \rightarrow I_2 T_2, M_T \pm 1) =$$

$$\frac{g_A^2}{4\pi} \sum_{\mu M_2} |\langle I_2 M_2 T_2, M_T \pm 1 | \sum_k t_\pm(k) \sigma_\mu(k) I_1 M_1 T_1, M_T \rangle|^2 \quad (3-25)$$

$t_{\pm} = i_x \pm i_y$ nötronu protona ve protonu nötrona dönüştüren bir operatördür. $((p|t_{\pm}|n) = (n|t_{\pm}|p) = 1$, $\sigma_{\mu} = 2s_{\mu}$ Pauli spin vektörlerini küresel bileşenidir. F ve GT geçişlerindeki zayıf etkileşme sabitleri g_v ve g_A olarak gösterilir.

3.4.2. Fermi Geçişleri ve ft Değerleri

Bu yaklaşımda, elektron ve nötrinin dalga fonksiyonlarının başlangıç noktalarındaki değerleri kullanılır, yani elektron ve nötrinin $r = 0$ 'da yaratıldığı kabul edilir. Bu durumda elektron ve nötrinin yörünge açısal momentumları 0 olur ve çekirdeğin açısal momentumundaki değişiklik, sadece elektron ve nötrinin spinlerinden kaynaklanır. Hem nötrino hem de elektron için spin ($s = 1/2$) dir. Bu iki spin eğer paralel ise toplam spin (1) antiparalel olursa (0) olur: (Krane K. S, 1988).

Elektron ve nötrinin spinlerinin antiparalel olması durumunda izinli yaklaşımda ($l = 0$) nükleer spin de değişiklik yoktur: $\Delta I = |I_i - I_s| = 0$ ve Fermi bozunumu olarak bilinir. $I_i = 0$ veya $I_s = 0$ durumunda ise sadece Fermi geçişi katkıda bulunur: (Krane K. S, 1988).

Elektron ve nötrinin yörünge açısal momentumlarının olmadığı durumlarda ilk ve son durumların pariteleri $(-1)^l$ bağıntısına göre özdeş olmalıdır. izinli beta bozunumları için seçim kuralları aşağıdaki gibidir:

$$\Delta I = 0, 1$$

$$\Delta \pi \text{ (Parite değişimi)} = \text{Yok}$$

β işleminin mutlak geçiş olanları enerji spektrumunda, polarizasyonda ve yayınlanmış leptonların açısal kolerezasyonlarında olduğu gibi eşitlik (bakınız Aage. Bohr 3D-2 denklemin)'deki $(j_{\mu})_{\text{lept}}$ akının leptonik matris elemanlarına bağlıdır. Biz burada kendimizi nispeten basit tipteki bazı β işlemleri için geçiş olasılıkları ifadelerini listelemekle sınırlandırdık: (Daha geniş bir inceleme için Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, Siegbahn, 1965, ve Konopiński, 1966 metinleri 24; Schopper, 1966; Wu ve Moszkowski, 1966).

Bozunma hızının , geçiş enerjisine bağılılıktan kurtarmak için genel olarak β işleminin geçiş olasılıkları ft çarpımıyla verilir. Burada t yarı ömür iken f ise boyutsuz bir değer olup çekirdeğin yüküne enerjiye ve geçişin çok kutupluluğuna

bağlıdır. Bu büyüklük leptonlar için faz uzayını ve elektromanyetik geçiş hızında $(\Delta E)^{2\lambda+1}$ çarpanına benzerliği gösterir (bakınız Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 410, 2. Baskı 3C-16). Bu f fonksiyonları elektron spektrumu üzerinden ve atomik elektronların ve çekirdeğin coulomb alanındaki elektron hareketini de içeren hesaplamaların integralleriyle elde edilir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, Durand 1964, Buhning 1965).

$$f_0 t (B(F) + B(GT)) = \frac{\pi^2 \hbar^7 \ln 2}{2m_e^5 c^4} = D \frac{g_v^2}{4\pi} \quad (3-26)$$

$$D \equiv \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln 2}{g_v^2 m_e^5 c^4} = 6250 \text{ sn}$$

ile ifade edilebilir. Burada f_0 izinli geçişlerin f fonksiyonudur. (f_0 'daki 0 indiksi eğer sadece izinli geçişlerle uğraşıyorsak kaldırılır.) Eşitlik (3-26)'deki indirgenmiş geçiş olasılıkları

$$B(F) = \frac{1}{2I+1} | \langle I || M(\rho_v, \lambda=0) || I \rangle |^2 \quad (3-27)$$

Fermi momenti toplam geçiş yükü ile orantılı olduğu için hiçbir varsayımla uğraşmadan sistemin detaylı yapısı (bakınız Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 411, 2. Baskı 3D- 11) ile direk olarak elde edilebilir.

$$M(\rho_v, \lambda=0) = \frac{1}{(4\pi)^{1/2}} Q_v = \frac{g_v}{(4\pi)^{1/2}} (T_x - iT_y) \quad (3-28)$$

Q_v 'nin matris elemanı sadece izobarik analog durumlar için sıfır olamaz. Bu durumda

$$B(F; TM_T \pm 1) = \frac{g_v}{4\pi} (T \mp M_T + 1) \quad (3-29)$$

elde edilir.

3.4.3. Gamow - Teller Geçişleri

Elektron ve nötrinin spinleri paralel ise izinli yaklaşım durumunda toplam açısal momentumları 1 olur. Bu durumda I_i ve I_s uzunluğu 1 olan bir vektör oluşturacak şekilde çiftlenmelidir, yani $\Delta I_i = \Delta I_s + 1$ dir ve Gamow-Teller Bozunumu olarak adlandırılır. Bu durum sadece $\Delta I = 0$ veya $\Delta I = 1$ olduğu durumlarda mümkündür.

Reaksiyon öncesi elektron ve nötrino çekirdekte bulunmaz. Her ikisinin de ℓ sıfır olur. Spinleri $S = 1/2$ Çekirdeğin açısal momentumundaki değişiklik yalnızca elektron ve nötrinin spinlerinden kaynaklanır.

İzinli yaklaşımda $\ell = 0$ Nükleer spinde değişiklik olmaz

$$\Delta I = |I_i - I_s| = 0 \text{ (Fermi)}$$

$$\Delta I = |I_i - I_s| = 1 \text{ (G-T)} \rightarrow I_i = I_s = 1$$

Yani $\Delta I = 0$ veya $\Delta I = 1$ geçişleri olanaklıdır.

Elektron ve nötrino $r = 0$ bulunma olasılıkları sınırlıdır. Eğer S-seviyesinde ise (Fermi kuralı) $\ell = 0$ ile sınırlar. Toplam açısal momentum (e^- ve ν) için ($I = \ell + s$)

$$I = 0\hbar \text{ (anti paralel spin Fermi)}$$

$$I = 1\hbar \text{ (paralel spin Gamow-Teller)}$$

Sonuç: Çekirdek spinin değişimi 0 veya 1 olur.

a) Spin Singulet, Fermi geçişi: $\Delta I = 0, \pi_i = \pi_s,$

b) Spin triplet, G-T geçişi: $\Delta I = 0, 1 \text{ (} 0 \rightarrow 0 \text{ değil) } \pi_i = \pi_s,$

Yasaklı Geçişler:

Eğer elektron ve nötrino açısal momentleri $\ell \neq 0$ farklı olduklarından sınırlıdır. ℓ büyünce elektron ve nötrino dalga fonksiyonu başlangıçta şiddetli bir şekilde bastırılır ve bozunma katsayısı da buna paralel olarak azalır. Sonuç:

$$\Delta I = \ell + 1 = n + 1 \text{ (n: yasaklılık derecesi)}$$

$$\pi_i - \pi_s = (-1)^\ell$$

$$\Delta I = 0, 1$$

$$\Delta \pi \text{ (parite değişimi)} = \text{Hayır}$$

G-T geçişi için örnek:

$${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li}$$

$$0^+ \rightarrow 1^+$$

$${}^{13}\text{B} \rightarrow {}^{13}\text{C}$$

$$3/2^- \rightarrow 1/2^-$$

$n \rightarrow p$ bu durumda hem Fermi hem de G-T geçerli

$$\Delta I = 0 \text{ (} 1/2^+ \rightarrow 1/2^+ \text{)}$$

Matris elemanlarının oranı (y): $y = (g_F M_F) / (g_{GT} M_{GT})$ ile tanımlanır.

g : şiddet sabitleri

M_F, M_{GT} Gerçek matris elemanları.

3.4.4. $N = Z'$ li Kapalı Kabuklar ile Ayna Geçişleri

Tek parçacık GT geçişlerinde seçim kuralları $\Delta L=0$ ve $A_j = 0,1$ dir. Kapalı kabuk modellerin de $N = Z'$ nin kapalı kabukların dışında bir tek parçacık için (veya tek boşluk) B değerleri (bakınız Bohr, A. A. and Mottelson, B. R 2. Baskı: 1998, 338 3A-22) de dir.

$$B_{sp}(GT; j_1 \rightarrow j_2) = \frac{g_A^2}{4\pi} \begin{cases} \left(\frac{j_2+1}{j_2} \right)^{\pm 1} & j_1 = j_2 = 1 \pm \frac{1}{2} \\ \frac{2j_2+1}{1+\frac{1}{2}} & \Delta j = 1 \end{cases} \quad (3-30)$$

Şeklinde verilir.

Burada bahs edilen tipteki GT geçişlerinin ana bulgusu ayna geçişlerinde elde edilir. Yane, nükleer durumlar arasındaki geçişler nötron ve protonların değiş tokuşuyla her biri için elde edilir. (Yük simetri eşneliği) Bu geçişlerdeki deneysel veriler tablo 3-1 de verilmiştir. Gözlenen $B(GT)$ 'nin değerleri nitel olarak (3-30)'de verilen tek parçacık değerleriyle uyuşmaktadır. Fakat sistematik olarak teorik tahminden daha küçüktür. Sadece $A = 3$ için farklılık vardır. Polarizasyon etkileri daha önce tartışılan spin manyetik momentlere benzer olarak küçük olması beklenir. Çünkü araştırılan çekirdek dolmuş olup spinle beraber kapalı kabuklara sahiptir. Matris elemanlarının daha fazla küçük olması Özellikle $A = 39$ ve 41 için matris elemanlarının daha fazla indirgenmesi karmaşık konfigürasyonların veya GT çekirdek etkileşmeleriyle bağlı operatörünün terimlerinin içermesine bağlı olabilir.

İzotop spin uzayında dönme işlemine göre invertayallık nedeni ile GT operatörü manyetik dipol momentine katkıda bulunan operatörün izovektör kısmı ile orantılı olduğu söylenebilir.örneğin statik dipol momenti durumunda aşağıdaki ifadeler yazılabilir.

$$\frac{\langle JM, T = \frac{1}{2} M_T | \sum_k (\sigma_z t_z)_k | JM, T = \frac{1}{2} M_T \rangle}{\left(JM, T = \frac{1}{2} M_T = \frac{1}{2} | \sum_k (\sigma_z t_{\pm})_k | JM, T = \frac{1}{2} M_T = \mp \right)}$$

$$= -2^{-1/2} \frac{\langle \frac{1}{2} M_T 10 \frac{1}{2} M_T \rangle}{\langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 11 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle} = M_T \quad (3-31)$$

Örneğin : $^{17}\text{F} \rightarrow ^{17}\text{O}$ için deneysel değerin bir parçacık değerinden %15 küçüktür olması (tablo 3-1) onu gösterir ki söz konusu çekirdeklerin manyetik momentlerinde katkıda bulunan spin operatörünün izovektör kısmının %8 civarında küçülmüştür. Bu azalma uygun çekirdeklerin manyetik momentlerinin 0,2 Magneton kadar azalmasına neden olur. Böylece söz konusu çekirdeklerin deneysel manyetik momentlerinin tek parçacıklı değerlerinden 0,1 Magneton küçük olması (bakınız Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 346, 2. Baskı tablo 3-3) GT operatörü ve M1 operatörlerinde nükleon etkileşmeleriyle bağlı olan terimlerin varlığını gösterir. Gerçekten böyle bir terim var ise onlar M1'in değerini artırır. GT operatörlerinin matris elemanlarını ise küçültür.

3.4.5. N > Z'li Kapalı Kabuklar

N > Z'li kapalı kabuk seviyeleri üzerinden tek bir parçacık olduğu durumda β geçiş matris elemanları (3-27) formülünden farklı bir formülle hesaplanır. Böyle matris elemanları için (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 347, 2. Baskı 3-19) formülünden yararlanılarak aşağıdaki ifade bulunur.

$$B(\text{GT}; j_n, T = T_0 + \frac{1}{2} \rightarrow j_p, T = T_0 \pm \frac{1}{2})$$

$$= B_{sp}(\text{GT}; j_n \rightarrow j_p) \begin{cases} j_p \text{ occ. by } n & T = T_0 - \frac{1}{2} \\ \frac{2T_0}{2T_0+1} \\ j_p \text{ unocc. by } n & \begin{cases} T = T_0 - \frac{1}{2} \\ T = T_0 + \frac{1}{2} \end{cases} \\ \frac{1}{2T_0+1} \end{cases} \quad (3-32)$$

elde edilir.

Nötron fazlalığının bulunması tek parçacık geçişlerinde güçlü olarak β momentini etkilemesi beklenir. Bunun sebebi fazlalık nötronların geçiş momentlerine bu momentlerin çiftlenmesidir. Bu etki kapalı kabuklarda doymamış spinlerin varlığıyla inilti olarak spin magnetik momentleri yeniden normalize edilmesiyle karşılaştırılabilir. Fakat yeni özellikler ele alınan β geçişine bağlı olarak tek parçacık

frekansıyla dejenere olması veya büyük olması veya küçük olması kapalı kabuklarda parçacıklar için β geçiş frekanslarında üstte bas edilen etkilerin oluşmasına neden olur. (GT momentlerinin tek parçacık geçişleri için kapalı kabuklarda parçacıkların çiftlenmesi sonucu oluşan indirgenme: Fujita ve Ikeda 1965 ve bay Halbleib ve Sorensen 1967 tarafından tartışılmıştır.)

Çiftlenme etkisi özellikle aynı yörüngedeki nötronun protona dönüştüğü geçişlerde büyük olmaktadır. Bu tip bir geçiş kapalı kabuklardaki nötronların orbit değişimi olmaksızın protona dönüşmelerindeki geçişler ile nükleonik etkileşmelerle birlikte aynıdır. Bu yüzden nükleonlar arasındaki etkileşme dejenere olmuş durumların önemli kolerasyonuna neden olur. Böylece değiş tokuş kuvveti $(\sigma_1 \cdot \sigma_2)(\tau_1 \cdot \tau_2)$ ile orantılı olur. Yane M1 momentlerinde polarizasyon etkilerin GT gücünü tek parçacık geçişlerinde tamamen ortadan kaldırma eğilimi bir durum söz konusudur. Eşitlik (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 347, 2. Baskı 3-43) formülüne benzer olan pertürbasyon formülü $\delta M(GT)$ den $\mathcal{M}(GT)$ oranı için sonsuzluk değeri verir. Çünkü $\Delta\epsilon$ bir sıfırlayıcı paydayla yer değiştirmiştir. Bununla birlikte indüklenmiş $\delta M(GT)$ momenti polarizasyon etkisini artırır. Buda $\mathcal{M}(GT)$ yerine $M_{eff}(GT) = M(GT) + \delta M(GT)$ 'nin yerleştirilmesiyle elde edilir. Bu yüksek mertebeden terimlerin eklenmesi veya içerik dahil olması etkin tek parçacık momenti için değerinin sıfırlanmasına kaynaklık eder. Orbit değişmeksizin tek parçacık geçişleri için GT momentleri hemen hemen kanatı ^{49}Ca ' un β bozunumuyla elde edilir. Elde edilen deneysel B(GT) değerlerinin (3-32) formülüyle verilen değerlerden yaklaşık 30 kez daha küçük olduğu bulunmuştur.

Yörüngenin değişmesiyle gerçekleşen β dönüşümlerde ise kapalı kabukların momentleriyle etkileşme olayı bir parçacıklı momentlerin azalmasına neden olabilir. Fakat bu etkinin büyüklüğü hassas bir şekilde geçiş frekansına bağlı olması beklenir. Şu ana kadar bu tip bir tek parçacık geçişleri için β momentlerinin deneysel kanatı yoktur.

Tablo 3.1. ft Değerleri Bay Lederer ve Ark.(1967)'ın yazdığı Table of Isotopes Kitabında Verilen Ömür Süreleri ve Bozunma Enerjileri Ölçümlerinden Elde Edilmiştir.

Örneğin:

Çekirdekler _i ft(sec)		B(GT)	B _{sp} (GT)	
$n \rightarrow p$	$s_{1/2}$	1120 ± 50	3	3
${}^3\text{H} \rightarrow {}^3\text{He}$	$s_{1/2}^{-1}$	1060 ± 100	3.3 ± 0.3	3
${}^{15}\text{O} \rightarrow {}^{15}\text{N}$	$p_{1/2}^{-1}$	4470 ± 30	0.27 ± 0.02	1/3
${}^{17}\text{F} \rightarrow {}^{17}\text{O}$	$d_{5/2}$	2370 ± 50	1.09 ± 0.1	7/5
${}^{39}\text{Ca} \rightarrow {}^{39}\text{K}$	$d_{3/2}^{-1}$	4330 ± 150	0.30 ± 0.05	3/5
${}^{41}\text{Sc} \rightarrow {}^{41}\text{Ca}$	$f_{7/2}$	2780 ± 100	0.83 ± 0.1	9/7

Kaynak : Nuclear Structure Aage BOHR, Ben R. Mottelson,1998

Eşitlik (3-23)'deki indirgenmiş geçiş olasılıkları

$$B(GT) = \frac{1}{2I+1} |\langle I_f || M(j_A, K=0, \lambda=0) || I_i \rangle|^2 \quad (3-33)$$

Gamow –Teller momenti ise

$$M(j_A, K=0, \lambda=1, \mu) = \frac{g_A}{(4\pi)^{1/2}} \sum_k t_-(k) \sigma_\mu(k) \quad (3-34)$$

ile gösterilir. İzinli geçişler çekirdek içinde lepton dalga fonksiyonlarının değişimini ihmal eden bir yaklaşımla ifade edildiğinden izinli β momentleri çekirdeklerin pozisyonlarından bağımsızdır.

3.5. BİRİNCİ YASAKLI BETA GEÇİŞLERİ

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{M}(\rho_A, \lambda = 0) = (4\pi)^{-1/2} \frac{g_A}{c} \sum_k t_-(k) (\boldsymbol{\sigma}(k) \cdot \mathbf{v}_k) \\
 & \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0) = g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{\mathbf{r}}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_0 \\
 & \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 1, \mu) = g_V \sum_k t_-(k) r_k Y_{1\mu}(\hat{\mathbf{r}}_k) \\
 & \mathcal{M}(j_V, \kappa = 0, \lambda = 1, \mu) = (4\pi)^{-1/2} \frac{g_V}{c} \sum_k t_-(k) (v_k)_{1\mu} \\
 & \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_1(\hat{\mathbf{r}}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{1\mu} \\
 & \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 2, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) r_k (Y_2(\hat{\mathbf{r}}_k) \boldsymbol{\sigma}(k))_{2\mu}
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \lambda\pi = 0 - \\ \\ \\ \lambda\pi = 1 - \\ \\ \lambda\pi = 2 - \end{array} \quad (3-35)$$

Nükleonların pozisyonlarından bağımsız olan bu momentler lepton akısının nükleer hacim boyunca sabit olan kısmına bağlıdır. Bu momentler için leptonik matris elemanları 0+ ve 1+ momentlerine tam olarak denk düşmektedir. (A ve V karşılıklı etkileşimleri) Çünkü paritenin ihlal edildiği β etkileşimi için (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R, 1998: 412, 2. Baskı 3D -2 denleminde) leptonların çiftlenimi nükleer momentlerin etkileşiminden bağımsızdır.

0 – ve 1 – momentleri r 'ye lineer olarak bağılırlar ve lepton dalga fonksiyonlarının türevleri boyunca leptonlara bağlıdır. Bu nedenle iki faktörüyle çarpılır. Burada k çekirdek içindeki lepton dalga sayısıdır. Yayınlanmış leptonların enerjisindeki k ya bağımlılık izinli geçişlerdeki elektron spektrumunda sapma anlamına gelmektedir.

Bununla birlikte nükleer geçişlerde, çekirdek içindeki elektronun Coulomb enerjisi hem elektronun durgun kütle enerjisinden hem de geçiş enerjisinden çok daha büyüktür. Bu şartlar altında elektron spektrumu ile yanı sıra bakılan geçişler için açısız korelasyon ve polarizasyonlar sadece çok kutupluluğa bağlıdır. Aslında çekirdek içindeki elektronların hareketinde durgun kütle etkisini göz önüne almazsak leptonik akı elektronlarla beraber nötrinolarıda belli bir helislik durumunda oluşturur. ($h = -1/2$ için e^- ve $\bar{\nu}_e$; $h = +1/2$ için e^+ ve $\bar{\nu}_e$).

$\lambda = 0$ ve 1 için geçişler genelde leptonlar baskın olarak $j = 1/2$ açısal momentum durumunda yaratılır; $j = 3/2$ için leptonlar Merkezkaç engelde içeri nüfus etmelidir ki bu şekilde pR kadar bir çarpanla genliğini düşürür. Burada p leptonun sonsuzda ölçülen momentumudur. Lepton çiftinin toplam durumu böylece $j_e = j_v = 1/2$, h_e , h_v ve λ_μ kuantum sayılarıyla tayin edilir. Aynı zamanda yayınlanan elektronun enerjisi ve bu şekilde polarizasyonları ve açısal korelasyon sadece λ' 'ya bağlıdır ve izinli geçişlerde olduğu gibi birinci yasaklı bölgede de aynıdır. Dahası Coulomb enerjisiyle karşılaştırıldığında geçiş enerjisi küçük ise elektronun çekirdek içindeki dalga sayısı nötrinoinkinden daha büyüktür. Bu da yaklaşık olarak elektronun toplam enerjisinden bağımsızdır. r ye bağımlı momentlerin çiftlenimine en önemli katkı böylece elektron dalga sayısı ve spektrumun enerji bağımlılığı izinli geçişler için aynı kalmaktadır.

Coulomb enerjisinin büyüklüğü boyutsuz bir parametre olan

$$\xi \equiv \frac{Ze^2}{2R m_e C^2} \approx 1.2A^{-1/3} \quad (3-36)$$

ile ifade edilir. Bu ifadede Z nükleer yük ve $R \approx 1.2ZA^{1/3}$ fm yarı çap ve yukarda bahs edilen şartlar

$$\xi \gg \frac{\Delta E}{m_e C^2} \quad \text{ve} \quad \xi \gg 1 \quad (3-37)$$

ile bağımlıdır.

ξ yaklaşımında $\xi^{-1} \Delta E/m_e C^2$ ve ξ^{-1} yakın mertebe terimleri ihmal edilmiştir ve 0- ve 1- geçişleri için bozunma hızı f fonksiyonu cinsinden izinli geçişlerde olduğu gibi

$$f_0 t \left(B(\lambda\pi=0-) + B(\lambda\pi=1-) \right) = \frac{Dg_v^2}{4\pi} \quad (3-38)$$

ile verilir. Burada

$$\begin{aligned} B(\lambda\pi=0-) &= \frac{1}{2I_1+1} | \langle I_f || \pm M(\rho_A, \lambda=0) - i \frac{m_e C}{\hbar} \xi M(j_A, K=1, \lambda=0) || I_i \rangle |^2 \\ B(\lambda\pi=1-) &= \frac{1}{2I_1+1} | \langle I_f || \pm M(j_v, K=0, \lambda=1) \\ &\quad \pm \frac{i}{\sqrt{3}} \frac{m_e C}{\hbar} \xi M(\rho_v, \lambda=1) + i \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m_e C}{\hbar} \xi M(j_A, K=1, \lambda=1) || I_i \rangle |^2 \end{aligned} \quad (3-39)$$

dir. Burada şunu vurgulamak gerekir. (3-37) şartları karşılandığında bile (3-39) deki farklı terimler birbirini götürme durumlarında ξ yaklaşımında büyük düzeltmeler gerekir.

(3-36) deki üst ve alt işaretler sırasıyla β^- ve β^+ bozunmaları temsil etmektedir. β^- ve β^+ nın değiş tokuşuna karşılık gelen çeşitli terimlerin farklı davranışı G paritesinin β akısıyla orantılıdır. Bu şekilde ilk dikkatimizi çeken $p\bar{p}$ simetrisinin sonuncusu olarak β^- bozunması $I_i \rightarrow I_f + e^- + \bar{\nu}_e$ anti çekirdeğin β^+ bozunmasını bozunma hızı ve enerji spektrumu ile aynıdır. Yane $(I_i)_{\text{anti}} \rightarrow (I_f)_{\text{anti}} + e^+ + \nu_e$ dir.

İkinci olarak anti çekirdek için β^+ bozunumunun çekirdek matris elemanları nükleer β^+ bozunumu için matris elemanlarıyla $G = p R_\tau$ dönüşüm çarpanıyla ilişkilendirilebilir. Bu şartlar altında nükleer vektör β akısı (j) aksiyal vektör akısı $(j_A)_\mu$ işaret değiştirdiğinde değişmez kalır. β momentlerinin matris elemanları için

$$\begin{aligned} \langle (T_f M_f)_{\text{anti}} | M(V, A) | (T_i M_i)_{\text{anti}} \rangle &= \langle T_f M_f | \varphi^{-1} M(V, A) \varphi | T_i M_i \rangle \\ &= \pm \langle T_f M_f | R_\tau M(V, A) R_\tau^{-1} | T_i M_i \rangle \\ &= \pm (-1)^{T_i + M_i + T_f + M_f} \langle T_f - M_f | M(V, A) | T_i - M_i \rangle \end{aligned} \quad (3-40)$$

elde edilir.

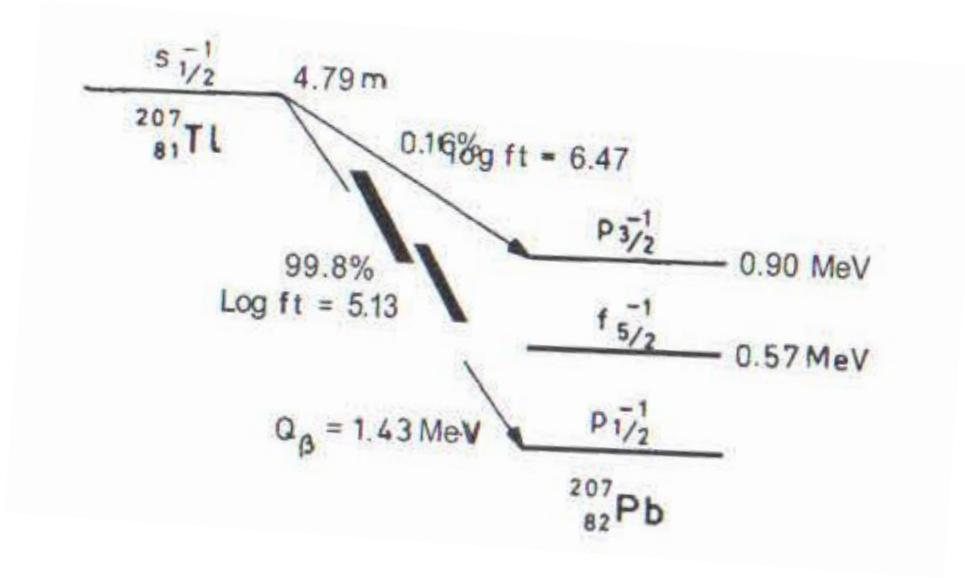
Buradaki üst ve alt işaretler vektör ve eksenel vektör momentlerini sırasıyla gösterir. Buna ek olarak anti nükleer ve β^+ bozunumunda Coulomb potansiyellerinin zıt işaretine sahip olması göz önünde bulundurulmalıdır. Böylece eşitlik (3-39)'nin terimleri ki bu terimler ξ den bağımsız A'nın işaretiyle değişen fakat V'nin ki ile değişmeyen bu arada ξ işaretiyle orantılı olan terimler V'nin işaretiyle değişip A'nın işaretiyle değişmeyen duruma β^- bozunumu β^+ bozunumu ile değiştirildiğinde haiz olur.

Eğer eşitlik (3-39)'deki A ve V değiş tokuş edilirse $I_n = 0+$ ve $1+$ geçişleri elde edilir. Bu da eşitlik (Aage Bohr 2. Baskı 3- 30 denkleminde) de ihmal edilen yüksek mertebeli terimlerin dahil edilmesi demektir. Bunlar arasında geçiş momenti $M(j_v, K=1, I=1)$ manyetik dipol momente benzer yapıdadır (bakınız 3-39)

Şekil 3.2. $^{207}_{81}\text{Tl}$ β Bozunumu Şeması

Örneğin:

Tek parçacık konfigürasyonu için β geçişlenmesi



Kaynak : Nuclear Structure Aage BOHR, Ben R. Mottelson, 1998

Tablo 3.2. $^{207}_{81}\text{Tl} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb}$ ve $^{209}\text{Pb} \rightarrow ^{209}\text{Bi}$ Geçişleri İçin Matris Elemanları ft Değerleri $^{207}_{81}\text{Tl}$ İçin Şekil (3-2)'den Alınmıştır. ^{209}Pb İçin A.H. Wapstra, Arkiv Fizik 6,263 (1953)'den Alınmıştır. Tabloda 1. Sütünde Verilen Değerler g_v Biriminde Verilen İndirgenmiş Matris Elemanlarıdır. İndirgenmiş Geçiş Olasılıkları $B(\lambda)$, g_v^2 Biriminde Verilmiştir. Bu Tablo Bay J. Damgaard ve A. Winther, Nükleer Fizik 54,615 (1964)'de Verilen Değerler Üzerinden Oluşturulmuştur. (Bay J. Damgaard ve A. Winther, 1964: 54,615)

Örneğin:

$^{207}_{81}\text{Tl} \rightarrow ^{207}_{82}\text{Pb} \quad ^{209}_{83}\text{Bi} \rightarrow ^{209}_{84}\text{Po}$			
	$s_{1/2} \rightarrow p_{1/2}$	$s_{1/2} \rightarrow p_{3/2}$	$g_{9/2} \rightarrow h_{9/2}$
$\mathcal{M}(\rho_A, \lambda = 0)$	-0.115		0.181
$-i \frac{m_e c}{\hbar} \xi \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 0)$	0.083		-0.022
$B(\lambda = 0)$	5.1×10^{-4}		25×10^{-4}
$\mathcal{M}(j_V, \kappa = 0, \lambda = 1)$	-0.102	0.135	-0.004
$\frac{i}{\sqrt{3}} \frac{m_e c}{\hbar} \xi \mathcal{M}(\rho_V, \lambda = 1)$	0.039	-0.053	0.002
$i \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{m_e c}{\hbar} \xi \mathcal{M}(j_A, \kappa = 1, \lambda = 1)$	-0.080	-0.057	0.019
$B(\lambda = 1)$	102×10^{-4}	3.1×10^{-4}	0.3×10^{-4}

Kaynak : Nuclear Structure Aage BOHR, Ben R. Mottelson, 1964

3.5.1. Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 0^-$ Beta Geçişleri

3.5.1.1. Rölativistik Olmayan $\lambda^\pi = 0^-$ Yasaklı Geçişlerin matris Elemanlarının Hesaplanması

Bu durumdaki β geçiş momenti aşağıdaki formül biçimindedir:

$$M(j_A, K=1, \lambda=0) = g_A \sum_k t_-(k) r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}_k]_0, \quad (3-41)$$

Burada $t_-(k)$, $Y_1(\hat{r}_k)$ ve $\vec{\sigma}_k$ sırasıyla izospin azalma, küresel harmonik ve Pauli spin operatörleridir. Söz konusu momentin geçiş matris elemanı ise (Çakmak, 2012: 4 bakınız 14) denklemine dayanarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p | g_A \sum_k t_-(k) r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_0 | (l_n s_n) j_n m_n \rangle R_{np} = \\ & = g_A \sqrt{\frac{18}{4\pi}} (2j_n+1)(2l_n+1) \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 00 | j_p m_p \rangle \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np}, \end{aligned} \quad (3.42)$$

Nükleer matris elemanları Wigner – Eckart teoremine göre indirgenmiş matris elemanı aşağıdaki formülde verilmektedir:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p \parallel g_A r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_0 \parallel (l_n s_n) j_n \rangle = \\ & = g_A \sqrt{\frac{6}{4\pi}} (2j_n+1)(2l_n+1) (-1)^{l_n+j_n-\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & l_n & j_n \\ l_p & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np}, \end{aligned} \quad (3.43)$$

Burada R_{np} üst üste gelen nötron – proton integralidir.

$$R_{np} = \int_0^\infty U_{lp}^*(r) r U_{ln}(r) dr. \quad (3.44)$$

3.5.1.2. Rölativistik $\lambda^\pi = 0^-$ Geçişlerin Matris Elemanının Hesaplanması

Beta moment matris elemanı aşağıdaki gibi:

$$M(j_A, K=1, \lambda=0) = \frac{1}{4\pi} \frac{g_A}{c} \sum_k t_-(k) \{(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k) \cdot \vec{v}(k)\}, \quad (3.45)$$

$$\vec{v}(k) = \dot{\vec{r}} = \frac{i}{\hbar} [\vec{H}, \vec{r}], \quad (3.46)$$

$$\vec{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V_{\text{coul}}(r) + V_{\text{so}}(\vec{l} \cdot \vec{s}), \quad (3.47)$$

Burada $V_{\text{coul}}(r)$ ve $V_{\text{so}}(\vec{l} \cdot \vec{s})$ sırasıyla iki parçacıklı Coulomb ve spin-yörünge etkileşimleridir.

$$[\vec{H}, \vec{r}] = -\frac{\hbar^2}{m} \vec{\nabla} + \frac{i}{\hbar} (\vec{r} \times \vec{s}) V_{\text{so}}, \quad (3.48)$$

$$\vec{v}(k) = -\frac{i\hbar}{m} \vec{\nabla} - \frac{V_{\text{so}}}{\hbar} (\vec{r} \times \vec{s}) \quad (3.49)$$

Rölativistik Matris Elemanı yeniden yazılırsa

$$M(\rho_A, \lambda=0) = -i \frac{g_A}{\sqrt{4\pi}} \sum_k t_-(k) \left[\frac{\hbar}{m c} (\vec{\sigma}_k \cdot \vec{\nabla}) - \frac{V_{\text{so}}}{\hbar c} (\vec{\sigma}_k \cdot \vec{r}_k) \right]. \quad (3.50)$$

Nükleer matris elemanın ilk kısmı iki alt sistem değişkenlerine bağlı olan operatörlerinin matris elemanlarını kullanmakla verilmektedir.

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p | \vec{\sigma}_k \cdot \vec{\nabla} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \delta_{j_p j_n} \delta_{m_p m_n} (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \\ & \cdot \langle l_p \parallel \vec{\nabla} \parallel l_n \rangle \langle s_p \parallel \vec{\sigma}_k \parallel s_n \rangle, \end{aligned} \quad (3.51)$$

Ve açılal momentum spin operatörlerinin matris elementlerinin $\vec{\nabla}$ operatörünün matris elemanlarını kullanmakla elde edilmektedir: (Çakmak, 2012: 6).

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | \vec{\sigma}_k \cdot \vec{\nabla} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \delta_{j_p j_n} \delta_{m_p m_n} (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \\ &\cdot \sqrt{6} \left[\sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n+1}} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n-1}} \right]. \end{aligned} \quad (3-52)$$

ve Wigner – Eckart teoremine göre aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | \vec{\sigma}_k \cdot \vec{\nabla} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \delta_{j_p j_n} \delta_{m_p m_n} (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \\ &\cdot \sqrt{6(2j_n + 1)} \left[\sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n+1}} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n-1}} \right]. \end{aligned} \quad (3-53)$$

Nükleer matris elemanının ikinci kısmı vektör çarpımı ve bazı skalerin matris elemanları kullanılarak hesaplanmaktadır.

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | (\vec{\sigma}_k \cdot \vec{r}_k) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \\ &= (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \delta_{j_p j_n} \delta_{m_p m_n} \sqrt{6(2j_n + 1)} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix}, \end{aligned} \quad (3-54)$$

Nükleer matris elemanının azaltılması Wigner – Eckart teoremine göre yazılmaktadır

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | (\vec{\sigma}_k \cdot \vec{r}) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \\ &= (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \sqrt{6(2l_n + 1)(2j_p + 1)} \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle, \end{aligned} \quad (3-55)$$

Genel şekli aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | | M(\rho_A, \lambda=0) | | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \\ &= -i \frac{g_A}{\sqrt{4\pi}} \sum_k t_{-(k)} \left\{ \frac{\hbar}{mc} \sqrt{6(2j_n + 1)} (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} l_p & l_n & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \right. \\ &\quad \left. (\sqrt{l_n + 1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n+1}} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p l_{n-1}}) \right\} \end{aligned}$$

$$-\frac{V_{so}}{\hbar c} = (-1)^{j_n + l_n + \frac{1}{2}} \sqrt{6(2l_n + 1)(2j_p + 1)} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ j_n & l_n & l_p \end{Bmatrix} R_{np}. \quad (3-56)$$

3.5.2. Birinci Yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ Beta Geçişleri

3.5.2.1. $\lambda^\pi = 1^-$ Nükleer Matris Elemanının Hesaplanması

Birinci izinsiz geçişlerin ($n = 1$) 1^- durumları için beta moment operatörleri aşağıdaki gibi ifade edilir: (Krmptotic, F., Ebert, K. And Wild, W 1980: 342, 497-527)

$$M(\rho_v, \lambda=1, \mu) = g_v \sum_k t_-(k) \hat{r}_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k), \quad (3-57)$$

$$M(j_v, k=0, \lambda=1, \mu) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_v}{c} \sum_k t_-(k) [v_k]_{1\mu}, \quad (3-58)$$

$$M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) \hat{r}_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_{1\mu}, \quad (3-59)$$

Burada (3.57) ve (3.58) rölativistik olmayan beta moment, (3.59) ise rölativistik beta momentidir.

3.5.2.2. $M(\rho_v, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması

Rölativistik olmayan β moment matris elemanı,

$$M(\rho_v, \lambda=1, \mu) = g_v \sum_k t_-(k) \hat{r}_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k), \quad (3-60)$$

burada g_v vektörel etkileşme sabiti, $t_-(k)$ izospin azaltma operatörü, $\hat{r}_k$ nükleonun yarıçap vektörü, $Y_{1\mu}(\hat{r}_k)$ ise küresel harmonik operatörüdür. Bir nötronu bir protona dönüştüren matris elemanının hesaplanması için iki alt değişkene bağlı operatörlerin matris açılımı kullanılabilir.

İki alt değişkene bağlı operatörlerin matris açılımı aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} & \langle n'_1 j'_1 n'_2 j'_2 j'_m | \{ \hat{P}_a(1) \otimes \hat{Q}_b(2) \}_{c\gamma} | n_1 j_1 n_2 j_2 j_m \rangle = (-1)^{2c} \Pi_{c\gamma} C_{j_m c \gamma}^{j'_m} \\ & \times \begin{Bmatrix} a & b & c \\ j'_1 & j'_2 & j'_m \\ j_1 & j_2 & j \end{Bmatrix} \langle n'_1 j'_1 | \hat{P}_a(1) | n_1 j_1 \rangle \langle n'_2 j'_2 | \hat{Q}_b(2) | n_2 j_2 \rangle \end{aligned} \quad (3-61)$$

buradaki ifade faz, 9j sembolü, Clebsch-Gordon katsayısı ve indirgenmiş matris elemanlarından oluşmaktadır. Bu durumda rölativistik olmayan matris elemanı için aşağıdaki ifade elde edilir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | g_v \sum_k t.(k) \hat{r}_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = (-1)^2 \Pi_{l_j n} C_{j_n m_n 1\mu}^{j_p m_p} \quad (3-62)$$

$$X \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_p || r_k Y_{1\mu}(\hat{r}_k) || l_n \rangle \langle s_p || \vec{I} || s_p \rangle$$

Eşitlik (3.62)'deki her bir ifadeyi ayrı ayrı bulalım. $\Pi_{abc..}$ ifadesinin açılımı aşağıdaki gibidir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

$$\Pi_{abc} = \sqrt{(2a+1)(2b+1)(2c+1)} \dots \quad (3-63)$$

ve

$$\Pi_{l_j n} = \sqrt{(2.1+1)(2j_n+1)} = \sqrt{3(2j_n+1)} \quad (3-64)$$

elde edilir. 9j sembolünü 6j sembolüne indirgemek için aşağıdaki ifadeyi kullanabiliriz: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

$$\begin{Bmatrix} c & 0 & c \\ d & g & a \\ e & g & b \end{Bmatrix} = \frac{(-1)^{b+d+c+g}}{\sqrt{(2c+1)(2g+1)}} \begin{Bmatrix} a & b & c \\ e & d & g \end{Bmatrix} \quad (3-65)$$

ve

$$\begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} = \frac{(-1)^{j_n+j_p+1+1/2}}{\sqrt{(2.1+1)(2.\frac{1}{2}+1)}} \begin{Bmatrix} j_n & \frac{1}{2} & 1 \\ l_n & l_p & \frac{1}{2} \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{(-1)^{j_n+j_p+1+1/2}}{\sqrt{6}} \begin{Bmatrix} j_n & \frac{1}{2} & 1 \\ l_n & l_p & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \quad (3-66)$$

elde edilir. Küresel harmonik operatör için

$$\langle l' \| \vec{Y}_L \| l \rangle = \sqrt{\frac{(2L+1)(2l+1)}{4\pi}} C_{l0L0}^{l'0} \quad (3-67)$$

İfadesi kullanılır: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

Bu durumda

$$\langle l' \| \vec{Y}_1 \| l_n \rangle = \sqrt{\frac{(2l'+1)(2l_n+1)}{4\pi}} C_{l_n 0 1 0}^{l' 0} = \sqrt{\frac{3(2l_n+1)}{4\pi}} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \quad (3-68)$$

eşitliğini elde ederiz. Birim operatör için aşağıdaki ifade kullanılır: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

$$\langle s \| \hat{I} \| s' \rangle = \sqrt{2s+1} \quad (3-69)$$

ve

$$\langle \frac{1}{2} \| \hat{I} \| \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{2 \left(\frac{1}{2} \right) + 1} = \sqrt{2} \quad (3-70)$$

elde edilir. Her bir terim için bulunan ifadeler yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | M(\rho_v, \lambda=1, \mu) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \sqrt{\frac{3(2j_n+1)(2l_n+1)}{4\pi}} \\ X (-1)^{j_n+l_p-1/2} \begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n | j_p m_p \rangle \langle l_n 0 1 0 | R_{np} \rangle \end{aligned} \quad (3-71)$$

elde edilir. Wigner-Eckart teoremi kullanılarak β moment matris elemanı daha sade bir ifadeye dönüşür. Wigner-Eckart teoremi

$$\langle n' j' m' | \hat{M}_{kx} | n j m \rangle = (-1)^{2k} C_{j m k x}^{j' m'} \frac{\langle n' j' m' | \hat{M}_{kx} | n j m \rangle}{\sqrt{2j'+1}} \quad (3-72)$$

Şeklindedir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

Bir nötronu protona dönüştüren β moment matris elemanının çözümü aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | M(\rho_v, \lambda=1, \mu) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \sqrt{\frac{3(2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)}{4\pi}} \\ X \begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 1 \mu | j_p m_p \rangle \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np} \end{aligned} \quad (3-73)$$

3.5.2.3. $M(j_v, \kappa=0, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması

Rölativistik β moment matris elemanı,

$$M(j_v, \kappa=0, \lambda=1, \mu) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_v}{c} \sum_k t_-(k) (\vec{v}_k)_{1\mu} \quad (3-74)$$

burada $\vec{v}_k$ hız ifadesidir. İlk olarak $\vec{v}_k$ hız ifadesini elde edelim.

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{r}],$$

$$\hat{H} = \frac{\vec{p}^2}{2m} + V_c(\hat{r}) + V_{\text{merkezcil}}(\hat{r}) + V_{\text{so}}(\vec{l}, \vec{s}),$$

bu denklemde $\frac{\vec{p}^2}{2m}$ kinetik enerji, $V_c(\hat{r})$ Coulomb kuvveti, $V_{\text{merkezcil}}(\hat{r})$ merkezcil potansiyel ve $V_{\text{so}}(\vec{l}, \vec{s})$ spin-orbit etkileşmesidir. Bu ifadeler aşağıda verildiği gibidir.

$$V_{\text{merkezcil}}(\hat{r}) = -V_0 f(r) \left(1 - 2n \frac{N-Z}{A} t_z \right),$$

$$f(r) = \frac{1}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}}, \quad t_z = 1/2 (n), \quad t_z = -1/2 (p),$$

$$V_c(\hat{r}) = e^2 \frac{Z-1}{r} \left\{ \frac{3r}{2R_c} - \frac{1}{2} \left(\frac{r}{R_c} \right)^3 \right\} \quad (r \leq R_c),$$

$$V_c(\hat{r}) = e^2 \frac{Z-1}{r} \quad (r > R_c),$$

$$V_{\text{ls}}(r) = -\xi_{\text{ls}} \frac{1}{r} \frac{dV_{\text{merkezcil}}(r)}{dr}$$

Bazı ara işlemlerden sonra hız için aşağıdaki ifadeyi kullanırız.

$$\vec{v} = \frac{i\hbar^2}{m} \vec{\nabla} - \frac{i}{\hbar} V_{\text{so}}(\vec{r} \times \vec{s})$$

Bu durumda, bir nötronu protona dönüştüren matris elemanı için

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_v}{c} \sum_k t_-(k) \left\{ \frac{i\hbar^2}{m} \vec{\nabla}_{1\mu} + i (\vec{r} \times \vec{s}) V_{\text{so}} \right\} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle \quad (3-75)$$

ifadesi elde edilir. Eşitlik (3.75), $\vec{\nabla}$ operatörü ve $(\vec{r} \times \vec{s})$ vektörel çarpım ifadesi olmak üzere iki terimden oluşmaktadır. Bu terimleri ayrı ayrı hesaplayacağız.

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | \nabla_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = ? \quad (3-76)$$

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p | V_{so} [\vec{r} \times \vec{s}]_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = ? \quad (3-77)$$

$\vec{\nabla}$ operatörü matris elemanı için aşağıdaki ifade kullanılır.

$$\begin{aligned} \langle (l_p s_p) j_p m_p | \nabla_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle &= \sqrt{(2j_n+1)(2j_p+1)} \\ &\left\{ \begin{matrix} j_p & j_n & 1 \\ l_n & l_p & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \langle l_p || \nabla_{1\mu} || l_n \rangle \end{aligned} \quad (3-78)$$

$$\langle n'l' || \hat{\nabla}_1 || nl \rangle = \sqrt{l+1} A_{n'l'nl} \delta_{l'l+1} - \sqrt{l} B_{n'l'nl} \delta_{l'l-1} \quad (3-79)$$

Eşitlik (3.79)'deki A ve B katsayıları aşağıdaki gibidir: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964)

$$A_{n'l'nl} = \int_0^\infty \psi_{n'l'}^*(r) \left(\frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{r} \right) \psi_{nl}(r) r^2 dr \quad (3-80)$$

$$B_{n'l'nl} = \int_0^\infty \psi_{n'l'}^*(r) \left(\frac{\partial}{\partial r} + \frac{l+1}{r} \right) \psi_{nl}(r) r^2 dr \quad (3-81)$$

Gerekli düzenlemeler yapıldığında $\vec{\nabla}$ operatörü ifadesini aşağıdaki gibi yazabiliriz.

$$n = \langle l_p || \hat{\nabla}_1 || l_n \rangle = \sqrt{l_n+1} A_{l_p l_n} \delta_{l_p l_n+1} - \sqrt{l_n} B_{l_p l_n} \delta_{l_p l_n-1} \quad (3-82)$$

İkinci olarak vektörel çarpımların matris elemanı için aşağıdaki ifade kullanılır: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964)

$$\begin{aligned} \langle l' s' j' m' || (\hat{n} \times \hat{s})_k || l s j m \rangle &= i(-1)^{l'+j+s} \delta_{ss'} \sqrt{(2l+1)(2j+1)} C_{l010}^{l'0} \\ &\frac{1}{2} [(j'-l')(j'+l'+1) - (j-l)(j+l+1)] \left\{ \begin{matrix} j' & l' & s \\ 1 & j & 1 \end{matrix} \right\} C_{jmlk}^{l'm'} \end{aligned} \quad (3-83)$$

Burada gerekli düzenlemeler yapıldıktan sonra aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} \zeta &= \langle (l_p s_p) j_p m_p || V_{so} (\vec{r} \times \vec{s})_{1\mu} || (l_n s_n j_n) m_n \rangle = i(-1)^{l_p+j_n+s_n} \delta_{ss'} \sqrt{(2l_n+1)(2j_n+1)} \\ &\times \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \frac{1}{2} [(j_p - l_p)(j_p + l_p + 1) - (j_n - l_n)(j_n + l_n + 1)] \\ &\times \left\{ \begin{matrix} j_p & l_p & s_n \\ l_n & j_n & 1 \end{matrix} \right\} \langle l_n 010 | l_p 0 \rangle \end{aligned} \quad (3-84)$$

$\vec{\nabla}$ ve vektörel çarpım ifadelerini bulduktan sonra yerine yazdığımızda (3-75) eşitliği aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_v}{c} \left[\frac{-i\hbar}{m} \nabla + iV_{so}\zeta \right]$$

Rölativistik β moment matris elemanının çözümü için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p | M(j_v, k, \lambda=1, \mu) | j_n m_p (l_n s_n) \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{g_v}{c} \langle (l_p s_p) j_p m_p | j_p m_p | -\frac{i\hbar^2}{m} \nabla + iV_{so}\zeta | (l_n s_n) j_n m_n \rangle R_{np} \end{aligned} \quad (3-85)$$

3.5.2.4. $M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu)$ Matris Elemanının Hesaplanması

Rölativistik olmayan β moment matris elemanı,

$$M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_{1\mu} \quad (3-86)$$

buradaki g_A eksenel vektör etkileşme sabiti, $\vec{\sigma}(k)$ Pauli spin operatörüdür. Bir nötronu bir protona dönüştüren ifademizi yazalım:

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p | M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \\ & \langle (l_p s_p) j_p m_p | g_A \sum_k t_-(k) r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle \end{aligned} \quad (3-87)$$

Eşitlik (3-61)'da verilen iki alt değişkene bağlı operatörlerin matris açılımı kullanılarak bir nötronu protona dönüştüren matris elemanını hesaplayabiliriz.

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p | g_A \sum_k t_-(k) r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_{1\mu} | (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \\ & (-1)^{2.1} \Pi_{lj_n} C_{j_n m_n 1\mu}^{j_p m_p} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle j_p || Y_1(\hat{r}_k) || j_n \rangle \langle s_p || \vec{\sigma}(k) || s_n \rangle \end{aligned} \quad (3-88)$$

Bu eşitlik; faz, 3j sembolü, 9j sembolü, küresel harmonik ve Pauli spin operatöründen oluşmaktadır. Her bir terimi ayrı ayrı bulalım:

$$\Pi_{lj_n} = \sqrt{3(2j_n+1)} \quad (3-89)$$

$$\langle l_p || \vec{Y}_1 || l_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2l_n+1)}{4\pi}} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \quad (3-90)$$

Pauli spin operatörünün matris elemanı için aşağıdaki dönüşüm kullanılır: (Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., 1964).

$$\langle s' || \hat{S}_1 || s \rangle = \delta_{ss'} \sqrt{s(s+1)(2s+1)} \quad (3-91)$$

ve

$$\langle s_p || \hat{S}_1 || s_n \rangle = \sqrt{\frac{1}{2}(\frac{1}{2}+1)(2 \cdot \frac{1}{2}+1)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \quad (3-92)$$

elde edilir. $\vec{\sigma} = 2\hat{S}$ olduğu için $\vec{\sigma} = \sqrt{6}$ olarak bulunur. Her bir terimi yerine yazdıktan sonra rölativistik olmayan β moment matris elemanı için Eşitlik (3.93) elde edilir.

$$= \sqrt{\frac{54}{4\pi}(2j_n+1)(2l_n+1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \quad (3-93)$$

Wigner - Eckart teoremini kullanarak indirgenmiş nükleer matris elemanını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} & \langle (l_p s_p) j_p m_p || M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) || (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \\ & \sqrt{\frac{54}{4\pi}(2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np} \end{aligned} \quad (3-94)$$

Buradaki R_{np} ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$R_{np} = \int_0^\infty U_p^*(r) U_n(r) r^3 dr \quad (3-95)$$

3.5.3. Birinci Yasaklı $0^+ \rightarrow 2^-$ Beta Geçişleri

β moment operatörü;

$$M(j_A, K=1, \lambda=2, \mu) = g_A \sum_k t_-(k) r_k(Y_1)(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)_{2\mu} \quad \lambda^\pi = 2^- \quad (3-96)$$

ile verilir.

İki alt değişkene bağlı operatörlerin matris açılımı aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p || [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_{2\mu} || (l_n s_n) j_n m_n \rangle =$$

$$= g_A (-1)^2 \sqrt{5(2j_n+1)} \langle j_n m_n 2\mu | j_p m_p \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \quad (3-97)$$

$$. \langle l_p || Y_1(\hat{r}_k) || l_n \rangle \langle s_p || \vec{\sigma}(k) || s_n \rangle R_{np},$$

$$= g_A \sqrt{\frac{90}{4\pi} (2j_n+1)(2l_n+1)} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 2\mu | j_p m_p \rangle$$

$$. \langle l_p 0 1 0 | l_p 0 \rangle \frac{\sqrt{2j_p+1}}{\langle j_n m_n 2\mu | j_p m_p \rangle} . \quad (3-98)$$

Küçültülmüş matris elemanları verilmiştir;

$$\langle l_p s_p j_p m_p || M(j_A, K=1, \lambda=2, \mu) || l_n s_n j_n m_n \rangle =$$

$$= g_A \sqrt{\frac{90}{4\pi} (2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} R_{np}. \quad (3-99)$$

SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu bölümde verilen uygun formüllerle ve ekte verilen Fortran77 programına dayanarak bazı matris elemanları hesaplanmıştır. Örnek olarak ^{126}Te çekirdeği alınmıştır. Bu çekirdekte $1h_{11/2}^n \rightarrow 1g_{7/2}^p$, $2p_{1/2}^n \rightarrow 3s_{1/2}^p$ ve $1h_{11/2}^n \rightarrow 1g_{9/2}^p$ geçişlerinden $0^+ \rightarrow 0^-$, $0^+ \rightarrow 1^-$ ve $0^+ \rightarrow 2^-$ geçişleri hesaplanır. Ele alınan çekirdeğin enerji spektrumu Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Şekilde sol tarafta nötron, sağ tarafta da proton için enerji spektrumu MeV cinsinden verilmiştir. Şekilde gösterilen koyu çizgiler Fermi enerji seviyelerini göstermektedir.

Şekil 4.3’de $2p_{1/2} \rightarrow 3s_{1/2}$ durumlarının dalga fonksiyonları gösterilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi $2p_{1/2}$ durumunun baş kuantum sayısı $n = 2$ olduğu için dalga fonksiyonunun 2 tane sıfırı vardır. $3s_{1/2}$ ’nin ise $3s_{1/2}$ karşılık gelen dalga fonksiyonunun ise 3 tane sıfırının ($n = 3$ için) olduğu gözlenmiştir.

Şekil 4.4’te $1h_{11/2} \rightarrow 1g_{9/2}$ dalga fonksiyonları gösterilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi söz konusu dalga fonksiyonlarının baş kuantum sayıları $n = 1$ olduğu için 1 tane sıfırları vardır.

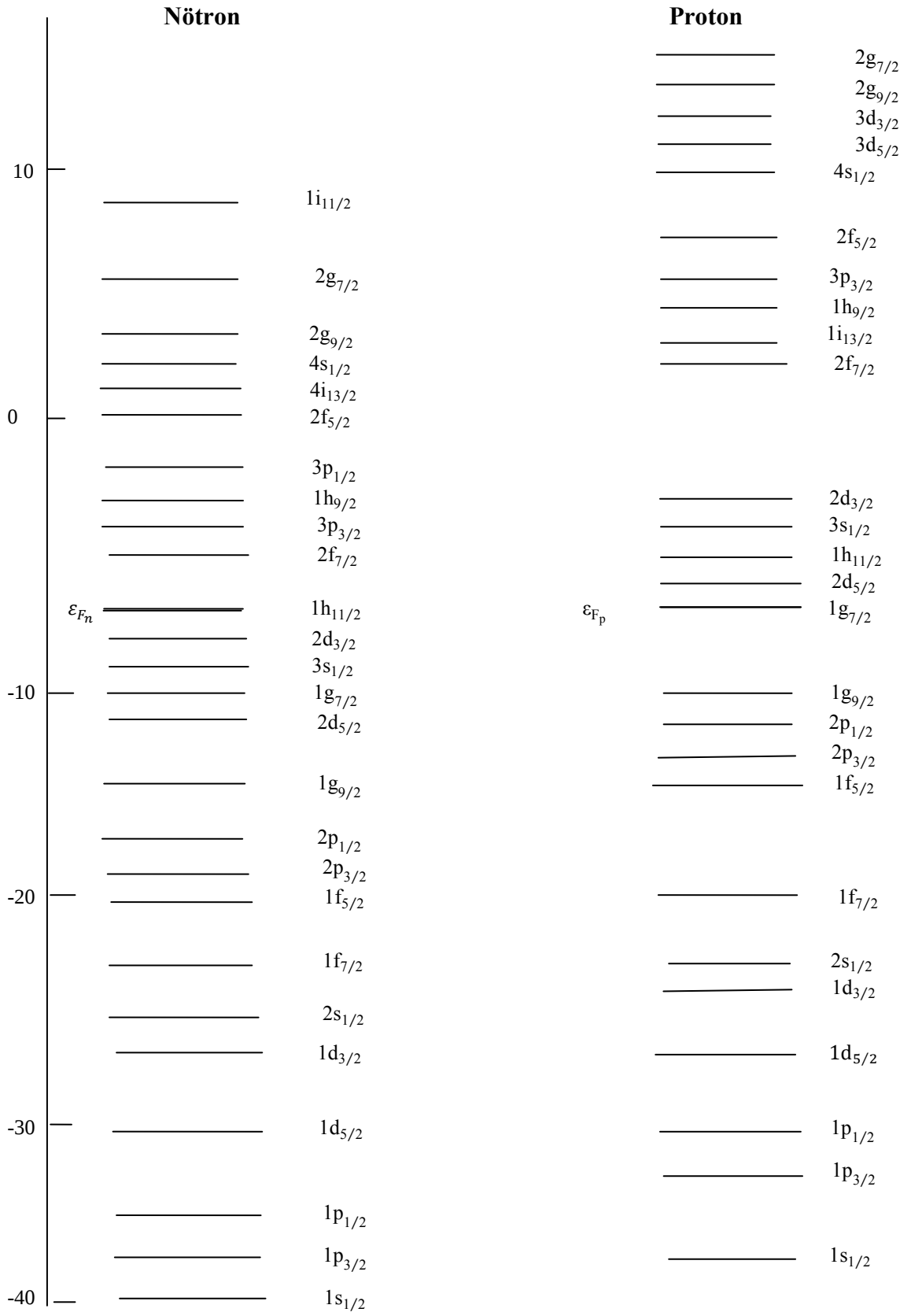
$1h_{11/2} \rightarrow 1g_{7/2}$, $2p_{1/2} \rightarrow 3s_{1/2}$ ve $1h_{11/2} \rightarrow 1g_{9/2}$ durumları arasında uygun $0^+ \rightarrow 0^-, 1^-, 2^-$ matris elemanlarının $g_A R_{np}$ cinsinden hesaplanmış değerleri tablo- 1’de gösterilmiştir.

Matris elemanlarının Radyal (R_{np}) kısmı Şekil 4.3 ve 4.4’te gösterilen dalga fonksiyonlarının örtüşmesinin SİMPSON yöntemiyle Fortran77’de hesaplanır.

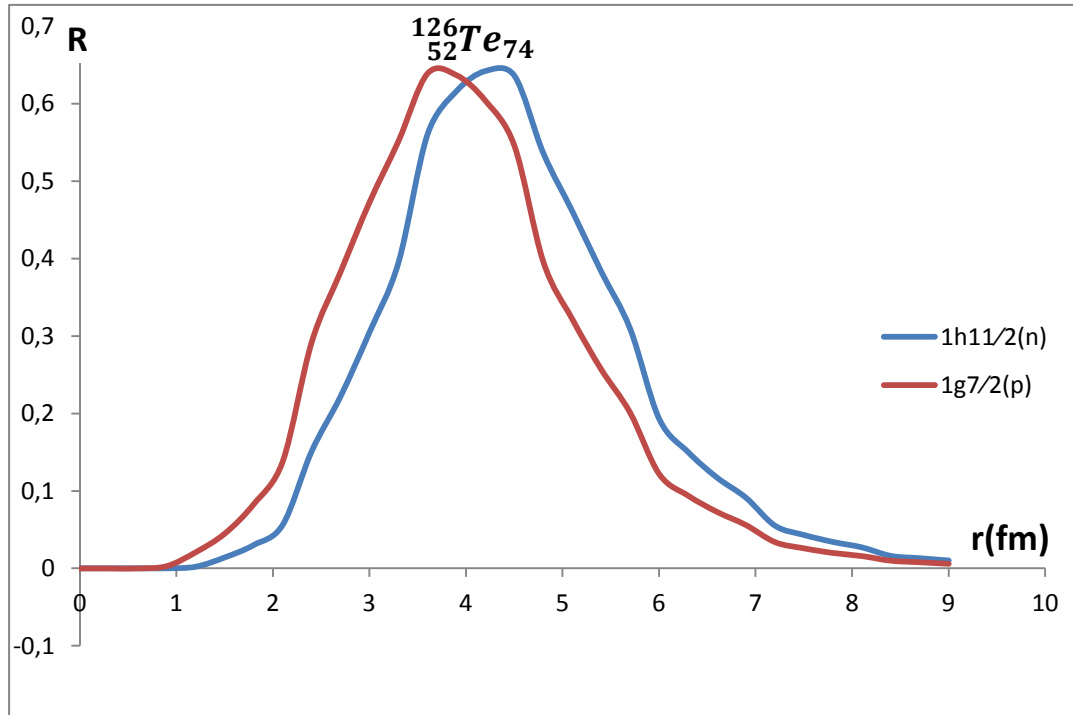
Uygun β geçişleri matris elemanı hesaplamak isteyen araştırmacılar tezde verilmiş formüllere ve Fortran77 programına dayanarak istedikleri $0^+ \rightarrow 0^-, 1^-, 2^-$ geçiş matris elemanlarını hesaplayabilirler. Söz konusu matris elemanları tek β geçiş araştırmalarında, çift β geçiş araştırmalarında yararlı olabilir. İleride söz konusu Fortran77 programını bir paket haline getirip araştırmacılara sunabiliriz.

Şekil 4.1. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ İzotopunda Nötron ve Proton Enerji Seviyeleri Gösterilmiştir. Şeklin Sol tarafında Nötron, Sağ Tarafında ise Proton Enerji Seviyeleri Gösterilmiştir. Şekilde Her Çizginin Sağ Tarafında Uygun Durumun Kuantum Sayıları Gösterilmiştir. ϵ_{F_n} ve ϵ_{F_p} Fermi Enerji Seviyesini Gösterir.

$^{126}_{52}\text{Te}_{74}$



Şekil 4.2’de Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ Çekirdeğinde $1h_{11/2}$ ’deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi renkle, $1g_{7/2}$ ’deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Burada Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.

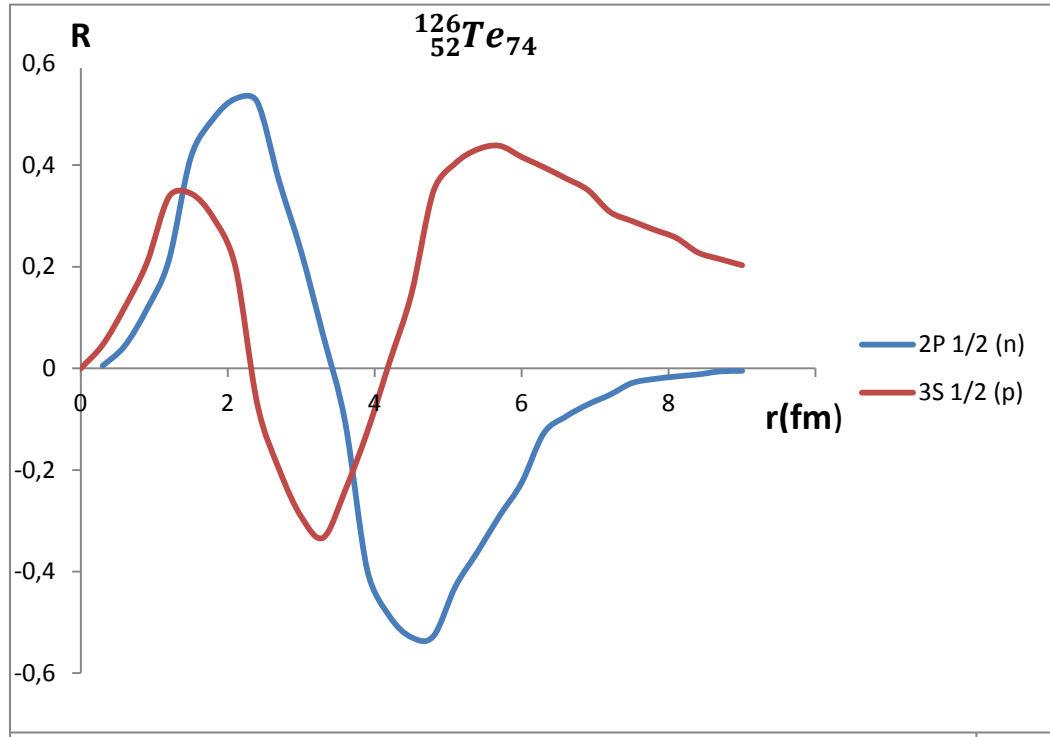


Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 2^-$ Beta geçişleri için (3-99) Küçültülmüş matris elemanları verilmiştir;

$$\begin{aligned} & \langle l_p s_p j_p m_p | M(j_A, K=1, \lambda=2, \mu) | l_n s_n j_n m_n \rangle = \\ & = g_A \sqrt{\frac{90}{4\pi}} (2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1) \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{Bmatrix} R_{np}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= g_A \sqrt{\frac{90}{4 \cdot 3,1415}} \left(2 \cdot \frac{7}{2} + 1\right) (2 \cdot 3 + 1) \left(2 \cdot \frac{7}{2} + 1\right) \langle 3010 | 40 \rangle \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \\ 3 & \frac{1}{2} & \frac{7}{2} \end{Bmatrix} R_{np} \\
&= g_A 56,645 * 0,02969568 * 0,125978 R_{np} \\
&= g_A R_{np} 0,21190907953
\end{aligned}$$

Şekil 4.3’de Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ Çekirdeğinde $2p_{1/2}$ ’deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi Renkle, $3s_{1/2}$ ’deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Bura da Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.



Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 0^-$ Beta geçişleri için (3.43)’deki Nükleer matris elemanları; Wigner – Eckart teoremine göre indirgenmiş matris elemanı aşağıdaki formülde verilmektedir:

$$\begin{aligned}
& \langle (l_p s_p) j_p \parallel g_A r_k [Y_1(\hat{r}_k) \vec{\sigma}(k)]_0 \parallel (l_n s_n) j_n \rangle = \\
& = g_A \sqrt{\frac{6}{4\pi}} (2j_n+1)(2l_n+1) (-1)^{l_n+j_n-\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & l_n & j_n \\ l_p & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np},
\end{aligned}$$

Bunu hesaplıyacak olursak

$$\begin{aligned}
& = g_A \sqrt{\frac{6}{4 \cdot 3,1415}} * (2^{\frac{1}{2}+1}) (2^{\frac{1}{2}+1}) (-1)^{1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \end{Bmatrix} \langle 1 0 1 0 | 0 0 \rangle R_{np} \\
& = g_A * 1,6925 * 0,408248 * 0,57735 * R_{np} \\
& = g_A R_{np} 0,398947
\end{aligned}$$

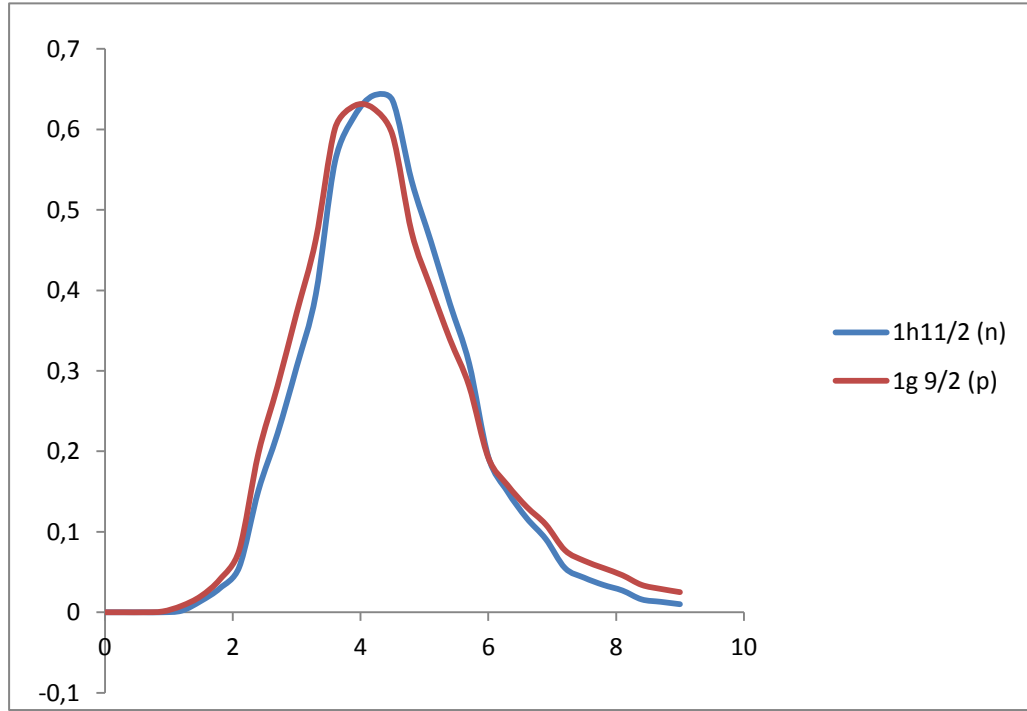
Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ Beta geçişleri için ; (3-73)'deki denklemini yazacak olursak

$$\begin{aligned}
& \langle (l_p s_p) j_p m_p \parallel M(\rho_v, \lambda=1, \mu) \parallel (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)}{4\pi}} \\
& X \begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 1 \mu | j_p m_p \rangle \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np}
\end{aligned}$$

Wigner - Eckart teoremini kullanarak indirgenmiş nükleer matris elemanını aşağıdaki gibi elde ederiz. (3-94)

$$\begin{aligned}
& \langle (l_p s_p) j_p m_p \parallel M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) \parallel (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \\
& \sqrt{\frac{54}{4\pi}} (2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1) \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{Bmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np} \\
& = \sqrt{\frac{54}{4 \cdot 3,1415}} (2^{\frac{1}{2}+1})(2^{\frac{1}{2}+1})(2^{\frac{1}{2}+1}) \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle 1 0 1 0 | 0 0 \rangle R_{np} \\
& = 7,181066 * 1,05 \cdot 10^{-10} * (-0,57735) * R_{np} \\
& = -4,35328 \cdot 10^{-10} R_{np}
\end{aligned}$$

Şekil 4.4'de Ele Alınan Çekirdeğin Nötron ve Proton Fermi Seviyelerini Karakterize Eden Dalga Fonksiyonlarının Yarıçapına Bağlılığını Gösterir. $^{126}_{52}\text{Te}_{74}$ Çekirdeğinde $1h_{11/2}$ 'deki Nötron İçin Dalga Fonksiyonu Mavi Renkle, $1g_{9/2}$ 'deki Proton İçin Dalga Fonksiyonu Kırmızı Renkle Gösterilmiştir. Burada Nötron Dalga Fonksiyonunun Daha Sağda Olmasının Sebebi Spin - Yörünge Etkileşmesidir. Spin - Yörünge Etkileşmesi Coulomb Etkileşmesinden Daha Büyük Olduğu İçin Dalga Fonksiyonu Sağda Yer Almıştır.



Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 1^-$ Beta geçişleri için ; (3-73) te olan denklemi yazacak olursak

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p || M(\rho_v, \lambda=1, \mu) || (l_n s_n) j_n m_n \rangle = \sqrt{\frac{3(2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)}{4\pi}} \\ \times \begin{Bmatrix} j_p & j_n & 1 \\ l_p & l_n & \frac{1}{2} \end{Bmatrix} \langle j_n m_n 1 \mu | j_p m_p \rangle \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np}$$

Wigner - Eckart teoremini kullanarak indirgenmiş nükleer matris elemanını aşağıdaki gibi elde ederiz. (3-94)

$$\langle (l_p s_p) j_p m_p || M(j_A, k=0, \lambda=1, \mu) || (l_n s_n) j_n m_n \rangle =$$

$$\begin{aligned}
& \sqrt{\frac{54}{4\pi} (2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ l_p & s_p & j_p \\ l_n & s_n & j_n \end{pmatrix} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle R_{np} \\
&= \sqrt{\frac{54}{4 \cdot 3,1415} (2 \cdot \frac{11}{2} + 1)(2 \cdot 5 + 1)(2 \cdot \frac{9}{2} + 1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & \frac{1}{2} & \frac{9}{2} \\ 5 & \frac{1}{2} & \frac{11}{2} \end{pmatrix} \langle 5 0 1 0 | 4 0 \rangle R_{np} \\
&= R_{np} \cdot 75,31566 \cdot (-1,589 \cdot 10^{-2}) \cdot (-0,6742) \\
&= R_{np} \cdot 80,68595 \cdot 10^{-2}
\end{aligned}$$

Birinci yasaklı $0^+ \rightarrow 2^-$ Beta geçişleri için (3-99) Küçültülmüş matris elemanları verilmiştir;

$$\begin{aligned}
& \langle l_p s_p j_p m_p || M(j_A, K=1, \lambda=2, \mu) || l_n s_n j_n m_n \rangle = \\
&= g_A \sqrt{\frac{90}{4\pi} (2j_n+1)(2l_n+1)(2j_p+1)} \langle l_n 0 1 0 | l_p 0 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ l_p & \frac{1}{2} & j_p \\ l_n & \frac{1}{2} & j_n \end{pmatrix} R_{np}. \\
&= g_A \sqrt{\frac{90}{4 \cdot 3,1415} (2 \cdot \frac{11}{2} + 1)(2 \cdot 5 + 1)(2 \cdot \frac{9}{2} + 1)} \langle 5 0 1 0 | 4 0 \rangle \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 4 & \frac{1}{2} & \frac{9}{2} \\ 5 & \frac{1}{2} & \frac{11}{2} \end{pmatrix} R_{np}. \\
&= g_A R_{np} \cdot 97,23210 \cdot (-0,6742) \cdot 1,479 \cdot 10^{-2} \\
&= - g_A R_{np} \cdot 96,95419 \cdot 10^{-2}
\end{aligned}$$

Tablo 4.1. $0^+ \rightarrow 0^-, 1^-, 2^-$ Matris Elemanlarının $g_A R_{np}$ Cinsinden Değerleri.

	$2p_{1/2}^n \rightarrow 3s_{1/2}^p$	$1h_{11/2}^n \rightarrow 1g_{7/2}^p$	$1h_{11/2}^n \rightarrow 1g_{9/2}^p$
$0^+ \rightarrow 0^-$	0,39894	—	—
$0^+ \rightarrow 1^-$	$-4,35328 \cdot 10^{-10}$	—	$80,68595 \cdot 10^{-2}$
$0^+ \rightarrow 2^-$	—	0,21190	$-96,95419 \cdot 10^{-2}$

KAYNAKÇA

H. Becquerel, Nobel Lecture,

http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1903/.

O. von Baeyer, O. Hahn, L. Meitner, Z. Physik 12 (1911) 273.

J. Chadwick, Distribution in Intensity in the Magnetic Spectrum of the β - rays of
Deutsch. Phys. Ges. 16 (1914) 383.

C. D. Ellis, W. Wooster, The Average Energy of Disintegration of Radium E, Proc. R.
Soc. London. Ser. A 117 (1927) 109.

Kenneth. S. Krane **Nükleer Fizik**, Prof. Dr. Başar ŞARER 1.cilt 2. Baskı

Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure VI**, W. A. Benjamin, INC,
Malmfors K.G. ve Mossbauer 1965, Levinger 1960 ve Hayward 1964

Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure** Malmfors K.G. ve Mossbauer
1965, Levinger 1960 ve Hayward 1964

Krane K. S., **Introductory Nuclear Physics**, John Wiley Sons, Inc., (1988)

Lee, T. D. and Yang, C. N., Question of Parity Conservation in Weak Interactions,
Phys. Rev. 104, 254-258, (1956).

Krmpotic, F., Ebert, K. And Wild, W., Charge-exchange Collective Modes and Beta
Decay Processes in The Lead Region, **Nuclear Physics A**, 342, 497-527, (1980)

Krumlinde, J., Moller, P., Calculation of Gamow-Teller β -Strength Functions in The
Rubidium Region in The RPA Approximation with Nilsson-Model Wave
Functions, **Nuclear Physics A**, 417, 478-502, (1984).

Horen, D. J., et al., Search for Isobaric Analogues of M1 States and Giant Spin-
Flip Resonances in The Pb^{208} (p,n) Reaction, **Phys. Lett. B**, 95, 27-30, (1980).

Khafizov, R. U., Tolokonnikov, S. V., Effective Charges for The Unique First
Forbidden β - transitions, **Physics Letter B**, 153, 353-357, (1985).

Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure** Siegbahn, 1965, ve
Konopinski, 1966 metinleri 24; Schopper, 1966; Wu ve Moszkowski, 1966
Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure** Durand 1964, Buhning 1965
Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure** Fujita ve Ikeda 1965 ve bay
Halbleib ve Sorensen 1967
Bay J. Damgaard ve A. Winther, Nükleer Fizik 54,615 (1964)
Bohr, A. A. and Mottelson, B. R., **Nuclear Structure** 386, 387

EK-1

9j, 6j ve Clebs- Gordon Katsayılarının Fortran77'de Hesaplanması Programı

C 9J SEMBOLLERİNİN ÖRNEK HESAPLANMASI

```
AA1=SIXJ(1.,0.,1.,1.,0.,1)
```

```
WRITE(*,*)AA1
```

```
STOP
```

```
WRITE(*,*)'A,B,C,D,E,F,G,H,AJ DEĞERLERİNİ GIRINIZ'
```

```
READ(*,*) A,B,C,D,E,F,G,H,AJ
```

```
A1=ABS(B-F)
```

```
A2=ABS(A-AJ)
```

```
A3=ABS(F-B)
```

```
A4=ABS(H-D)
```

```
A5=ABS(A-AJ)
```

```
A6=ABS(D-H)
```

```
B1=(B+F)
```

```
B2=(A+AJ)
```

```
B3=(F+B)
```

```
B4=(H+D)
```

```
B5=(A+AJ)
```

```
B6=(D+H)
```

```
XK=A1
```

```
IF(A2.GT.XK) XK=A2
```

```
IF(A3.GT.XK) XK=A3
```

```
IF(A4.GT.XK) XK=A4
```

```
IF(A5.GT.XK) XK=A5
```

IF(A6.GT.XK) XK=A6

XB=B1

IF(B2.LT.XB) XB=B2

IF(B3.LT.XB) XB=B3

IF(B4.LT.XB) XB=B4

IF(B5.LT.XB) XB=B5

IF(B6.LT.XB) XB=B6

X=0. !!XK

TOP=0.

4 CONTINUE

CXX IF(X.GT.XB) GO TO 5

AA1=SIXJ(A,B,C,F,AJ,X)

AA2=SIXJ(D,E,F,B,X,H)

AA3=SIXJ(G,H,F,X,A,D)

N=2.*X+0.1

TOP=TOP+AA1*AA2*AA3*(-1.)**N*(2.*X+1.)

WRITE(*,*)TOP

PAUSE

X=X+0.5

GO TO 4

5 CONTINUE

DJS=TOP

WRITE(*,3) A,B,C

WRITE(*,6) D,E,F,DJS

WRITE(*,3) G,H,AJ

```

3  FORMAT(3(1X,F4.1))

6  FORMAT(3(1X,F4.1) , 3X, 1H=,F10.5)

END

FUNCTION CLEBSH(AJ1,AM1,AJ2,AM2,AJ,AM)

REAL*8 FAK

REAL*8 J1AM1,J1EM1,J2AM2,J2EM2

REAL*8 J1AJ2EJ,J1EJ2AJ,J1AJ2AJ,J2EJ1AJ,JAM,JEM

J1=AJ1+0.1

M1=AM1+0.1

J2=AJ2+0.1

M2=AM2+0.1

J=AJ+0.1

M=AM+0.1

AM12=AM1+AM2

AJE12=AJ1-AJ2

AJA12=AJ1+AJ2

SUM=0.

IF(AM12.NE.AM) GO TO 3

IF(AJ.LT.ABS(AJE12).OR.AJ.GT.AJA12) GO TO 3

AN1=AJ1+AJ2-AJ

AN2=AJ1-AM1

AN3=AJ2+AM2

AN4=AJ-AJ2+AM1

AN5=AJ-AJ1-AM2

Z1=AN1

```

```

IF(Z1.GT.AN2) Z1=AN2
IF(Z1.GT.AN3) Z1=AN3
IF((AN4+Z1).LT.0.) Z1=ABS(AN4)
IF((AN5+Z1).LT.0.) Z1=ABS(AN5)
C   IF(AN4.LT.0.) Z1=ABS(AN4)
C   IF(AN5.LT.0.0.AND.ABS(AN5).GT.ABS(AN4)) Z1=ABS(AN5)
IF(Z1.LT.0.) GO TO 3
Z=Z1
JKK=AJ1+AM1+0.1
J1AM1=FAK(JKK)
JKK=AJ1-AM1+0.1
J1EM1=FAK(JKK)
JKK=AJ2+AM2+0.1
J2AM2=FAK(JKK)
JKK=AJ2-AM2+0.1
J2EM2=FAK(JKK)
JKK=AJ+AM+0.1
JAM=FAK(JKK)
JKK=AJ-AM+0.1
JEM=FAK(JKK)
CARP=(J1AM1+J1EM1+J2AM2+J2EM2+JAM+JEM+ALOG(2.*AJ+1.))/2.
JKK=AJ1+AJ2-AJ+0.1
J1AJ2EJ=FAK(JKK)
JKK=AJ1-AJ2+AJ+0.1
J1EJ2AJ=FAK(JKK)

```

JKK=AJ1+AJ2+AJ+1.1

J1AJ2AJ=FAK(JKK)

JKK=AJ2-AJ1+AJ+0.1

J2EJ1AJ=FAK(JKK)

D11=J1AJ2EJ+J1EJ2AJ+J2EJ1AJ

D12=J1AJ2AJ

DJ1J2J=(D11-D12)/2.

4 CONTINUE

JZ=Z

JAN1=AN1-Z

JAN2=AN2-Z

JAN3=AN3-Z

JAN4=AN4+Z

JAN5=AN5+Z

F1=FAK(JZ)

F2=FAK(JAN1)

F3=FAK(JAN2)

F4=FAK(JAN3)

F5=FAK(JAN4)

F6=FAK(JAN5)

NZ=Z

SUM=SUM+(-1.)**NZ*EXP(DJ1J2J+CARP-(F1+F2+F3+F4+F5+F6))

WRITE(*,*) Z,SUM

Z=Z-1.

NNK=J-J2+M1-Z

```

        IF(Z.LT.0.) GO TO 3
        IF((AN1-Z).LT.0.) GO TO 3
        IF((AN2-Z).LT.0.) GO TO 3
        IF((AN3-Z).LT.0.) GO TO 3
        IF((AN4+Z).LT.0.) GO TO 3
        IF((AN5+Z).LT.0.) GO TO 3
        GO TO 4
3  ACLEB=SUM
    CLEBSH=ACLEB
    END
    FUNCTION FAK(K)
    REAL*8 FAK
    KK=K
    DK=KK
    IF(KK.LT.0) GO TO 2
    DKD=0.
    IF(KK.LE.1) GO TO 2
3  DKD=DKD+ALOG(DK)
    KK=KK-1
    DK=KK
    IF(KK.EQ.1) GO TO 2
    GO TO 3
2  CONTINUE
    FAK=DKD
C    WRITE(*,*) FAK

```

END

C SIXJ SIMBOLLARININ HESAPLANMASI

C D.A.VARSHALOVICH...PAGE 249 (1)

FUNCTION SIXJ(AJ1,AJ2,AJ12,AJ3,AJ,AJ23)

A=ABS(AJ1-AJ2)

B=AJ1+AJ2

IF(AJ12.LT.A.OR.AJ12.GT.B) GO TO 3

A=ABS(AJ2-AJ3)

B=AJ2+AJ3

IF(AJ23.LT.A.OR.AJ23.GT.B) GO TO 3

A=ABS(AJ12-AJ3)

B=AJ12+AJ3

IF(AJ.LT.A.OR.AJ.GT.B) GO TO 3

A=ABS(AJ23-AJ1)

B=AJ23+AJ1

IF(AJ.LT.A.OR.AJ.GT.B) GO TO 3

JKK1=AJ1+AJ2-AJ12+0.1

JKK2=AJ1-AJ2+AJ12+0.1

JKK3=-AJ1+AJ2+AJ12+0.1

JKK4=AJ1+AJ2+AJ12+1.1

DABC=0.5*(FAK(JKK1)+FAK(JKK2)+FAK(JKK3)-FAK(JKK4))

JKK1=AJ12+AJ3-AJ+0.1

JKK2=AJ12-AJ3+AJ+0.1

JKK3=-AJ12+AJ3+AJ+0.1

JKK4=AJ12+AJ3+AJ+1.1

DCDE=0.5*(FAK(JKK1)+FAK(JKK2)+FAK(JKK3)-FAK(JKK4))

JKK1=AJ1+AJ-AJ23+0.1

JKK2=AJ1-AJ+AJ23+0.1

JKK3=-AJ1+AJ+AJ23+0.1

JKK4=AJ1+AJ+AJ23+1.1

DAEF=0.5*(FAK(JKK1)+FAK(JKK2)+FAK(JKK3)-FAK(JKK4))

JKK1=AJ2+AJ3-AJ23+0.1

JKK2=AJ2-AJ3+AJ23+0.1

JKK3=-AJ2+AJ3+AJ23+0.1

JKK4=AJ2+AJ3+AJ23+1.1

DBDF=0.5*(FAK(JKK1)+FAK(JKK2)+FAK(JKK3)-FAK(JKK4))

DELTA=DABC+DCDE+DAEF+DBDF

JABDE=AJ1+AJ2+AJ3+AJ+0.1

JACDF=AJ1+AJ12+AJ3+AJ23+0.1

JBCEF=AJ2+AJ12+AJ+AJ23+0.1

JZ1=JABDE

IF(JZ1.GT.JACDF) JZ1=JACDF

IF(JZ1.GT.JBCEF) JZ1=JBCEF

JABC=AJ1+AJ2+AJ12+0.1

JCDE=AJ12+AJ3+AJ+0.1

JAEF=AJ1+AJ+AJ23+0.1

JBDF=AJ2+AJ3+AJ23+0.1

ASIX=0.

2 CONTINUE

IF(JZ1.LT.JABC) GO TO 4

```

IF(JZ1.LT.JCDE) GO TO 4
IF(JZ1.LT.JAEF) GO TO 4
IF(JZ1.LT.JBDF) GO TO 4
ASIX=ASIX+(-1.)**JZ1*EXP(FAK(JZ1+1)-FAK(JZ1-JABC)-
* FAK(JZ1-JCDE)-FAK(JZ1-JAEF)-FAK(JZ1-JBDF)-
* FAK(JABDE-JZ1)-FAK(JACDF-JZ1)-FAK(JBCEF-JZ1)+DELTA)
4 JZ1=JZ1-1
IF(JZ1.LT.0) GO TO 3
GO TO 2
3 SIXJ=ASIX
RETURN
END

```

EK-2**DAT 52126**

126.000 52.000 100.000 1.240 53.300 .263 .630 .150

126.000 52.000 100.000 1.260 53.300 .263 .630 .150

16,14,2.,2.,1.26

0.63,0.263,0.63,0.,1.891

26

-41.5183748638			1	0	0.500				
0.000	0.045	0.089	0.133	0.176	0.218	0.259	0.298	0.335	0.370
0.402	0.432	0.460	0.484	0.505	0.524	0.538	0.550	0.558	0.563
0.564	0.562	0.556	0.547	0.535	0.520	0.503	0.482	0.460	0.435
0.409	0.381	0.353	0.324	0.294	0.266	0.237	0.210	0.185	0.161
0.139	0.119	0.101	0.085	0.071	0.059	0.049	0.041	0.033	0.027
0.022	0.018	0.015	0.012	0.010	0.008	0.006	0.005	0.004	0.003
0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-36.0813658148			1	1	1.500				
0.000	0.002	0.009	0.020	0.035	0.055	0.078	0.104	0.134	0.165
0.199	0.235	0.272	0.309	0.345	0.382	0.417	0.450	0.481	0.509
0.534	0.555	0.572	0.584	0.592	0.595	0.594	0.587	0.576	0.560
0.540	0.516	0.488	0.458	0.426	0.391	0.356	0.321	0.286	0.252
0.220	0.192	0.166	0.142	0.121	0.102	0.086	0.072	0.060	0.050
0.041	0.034	0.028	0.023	0.019	0.016	0.013	0.011	0.009	0.007
0.006	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-35.3343083035			1	1	0.500				
0.000	0.002	0.010	0.021	0.038	0.059	0.083	0.111	0.142	0.176
0.212	0.249	0.287	0.326	0.364	0.401	0.437	0.470	0.501	0.528

0.551	0.571	0.586	0.596	0.601	0.600	0.595	0.585	0.570	0.550
0.527	0.499	0.469	0.436	0.401	0.366	0.330	0.295	0.260	0.227
0.197	0.170	0.146	0.124	0.105	0.089	0.075	0.062	0.052	0.043
0.036	0.030	0.024	0.020	0.017	0.014	0.011	0.009	0.008	0.006
0.005	0.004	0.004	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-29.9402745224 1 2 2.500									
0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.011	0.019	0.030	0.044	0.061
0.082	0.106	0.133	0.163	0.196	0.231	0.268	0.307	0.346	0.384
0.423	0.459	0.493	0.525	0.552	0.575	0.594	0.607	0.614	0.615
0.610	0.600	0.583	0.562	0.535	0.505	0.471	0.435	0.397	0.359
0.322	0.285	0.251	0.219	0.189	0.163	0.139	0.118	0.100	0.084
0.071	0.060	0.050	0.042	0.035	0.029	0.024	0.020	0.017	0.014
0.012	0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002
0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-27.0146226435 2 0 0.500									
0.000	0.076	0.150	0.222	0.288	0.348	0.400	0.444	0.477	0.501
0.513	0.514	0.504	0.483	0.451	0.410	0.359	0.301	0.236	0.166
0.092	0.017	-0.059	-0.134	-0.206	-0.274	-0.335	-0.390	-0.437	-0.475
-0.504	-0.524	-0.534	-0.535	-0.527	-0.512	-0.490	-0.463	-0.432	-0.398
0.362	-0.327	-0.292	-0.258	-0.226	-0.197	-0.171	-0.148	-0.127	-0.109
-0.093	-0.079	-0.067	-0.057	-0.048	-0.041	-0.034	-0.029	-0.025	-0.021
-0.018	-0.015	-0.013	-0.011	-0.009	-0.008	-0.006	-0.005	-0.005	-0.004
-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-28.1450160519 1 2 1.500									
0.000	0.000	0.001	0.003	0.007	0.013	0.022	0.035	0.051	0.070

0.093	0.120	0.151	0.184	0.221	0.259	0.299	0.340	0.381	0.422
0.460	0.497	0.530	0.559	0.583	0.602	0.615	0.622	0.622	0.616
0.604	0.586	0.563	0.534	0.502	0.467	0.429	0.391	0.353	0.315
0.279	0.245	0.213	0.184	0.159	0.136	0.116	0.098	0.083	0.070
0.059	0.050	0.042	0.035	0.029	0.025	0.021	0.017	0.015	0.012
0.010	0.009	0.007	0.006	0.005	0.004	0.004	0.003	0.002	0.002
0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-23.0899980907 1 3 3.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.008	0.013	0.020
0.030	0.043	0.059	0.078	0.100	0.126	0.156	0.188	0.224	0.262
0.302	0.343	0.384	0.425	0.465	0.502	0.536	0.566	0.591	0.611
0.624	0.630	0.629	0.622	0.607	0.586	0.560	0.528	0.493	0.455
0.416	0.376	0.336	0.299	0.263	0.230	0.200	0.173	0.149	0.127
0.109	0.093	0.079	0.067	0.057	0.049	0.041	0.035	0.030	0.025
0.021	0.018	0.015	0.013	0.011	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005
0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-19.1107001964 2 1 1.500									
0.000	0.005	0.019	0.044	0.076	0.115	0.161	0.210	0.261	0.313
0.363	0.409	0.449	0.482	0.506	0.520	0.522	0.513	0.492	0.459
0.415	0.360	0.296	0.224	0.147	0.066	-0.017	-0.100	-0.180	-0.255
-0.324	-0.384	-0.435	-0.476	-0.505	-0.523	-0.531	-0.528	-0.517	-0.498
-0.474	-0.444	-0.413	-0.379	-0.346	-0.313	-0.282	-0.254	-0.227	-0.200
-0.175	-0.153	-0.134	-0.116	-0.101	-0.088	-0.076	-0.066	-0.057	-0.050
-0.043	-0.037	-0.032	-0.028	-0.024	-0.021	-0.018	-0.016	-0.014	-0.012
-0.010	-0.009	-0.008	-0.007	-0.006	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003
-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-19.8253788752 1 3 2.500									

0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.010	0.016	0.025
0.038	0.053	0.072	0.095	0.122	0.153	0.187	0.225	0.266	0.308
0.352	0.396	0.439	0.480	0.519	0.553	0.583	0.607	0.624	0.634
0.637	0.633	0.621	0.602	0.577	0.547	0.513	0.475	0.436	0.396
0.357	0.319	0.282	0.249	0.218	0.190	0.165	0.143	0.123	0.106
0.091	0.078	0.067	0.057	0.049	0.042	0.036	0.031	0.026	0.023
0.019	0.017	0.014	0.012	0.010	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005
0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-17.8635589261				2	1	0.500			
0.000	0.005	0.020	0.045	0.079	0.120	0.166	0.217	0.270	0.322
0.372	0.418	0.457	0.488	0.510	0.521	0.519	0.506	0.480	0.442
0.392	0.332	0.264	0.188	0.107	0.023	-0.062	-0.144	-0.223	-0.296
-0.361	-0.417	-0.463	-0.497	-0.521	-0.533	-0.535	-0.527	-0.512	-0.490
-0.463	-0.432	-0.400	-0.368	-0.336	-0.301	-0.269	-0.239	-0.211	-0.186
-0.163	-0.143	-0.125	-0.109	-0.095	-0.083	-0.072	-0.063	-0.055	-0.048
-0.042	-0.036	-0.031	-0.027	-0.024	-0.021	-0.018	-0.016	-0.014	-0.012
-0.010	-0.009	-0.008	-0.007	-0.006	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003
-0.003	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
-0.001	-0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-15.7077878352				1	4	4.500			
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.006
0.010	0.016	0.024	0.034	0.047	0.063	0.083	0.106	0.133	0.164
0.199	0.236	0.276	0.318	0.361	0.405	0.448	0.489	0.527	0.561
0.591	0.614	0.630	0.639	0.640	0.633	0.619	0.597	0.570	0.537
0.501	0.462	0.422	0.382	0.342	0.305	0.270	0.237	0.208	0.181
0.158	0.137	0.119	0.103	0.089	0.077	0.066	0.057	0.049	0.043
0.037	0.032	0.027	0.024	0.021	0.018	0.015	0.013	0.011	0.010
0.009	0.007	0.006	0.006	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002
0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

-10.9095465764	2	2	2.500						
0.000	0.000	0.002	0.006	0.015	0.028	0.048	0.073	0.104	0.141
0.183	0.228	0.276	0.324	0.371	0.415	0.454	0.486	0.508	0.520
0.521	0.509	0.484	0.446	0.396	0.335	0.264	0.185	0.101	0.014
-0.074	-0.159	-0.240	-0.313	-0.378	-0.432	-0.474	-0.505	-0.523	-0.530
-0.527	-0.515	-0.496	-0.472	-0.443	-0.413	-0.381	-0.350	-0.319	-0.289
-0.262	-0.236	-0.212	-0.190	-0.171	-0.153	-0.137	-0.122	-0.109	-0.097
-0.087	-0.078	-0.069	-0.062	-0.055	-0.049	-0.044	-0.039	-0.035	-0.031
-0.028	-0.025	-0.022	-0.020	-0.018	-0.016	-0.014	-0.013	-0.011	-0.010
-0.009	-0.008	-0.007	-0.006	-0.006	-0.005	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003
-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001
-10.6191268139	1	4	3.500						
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.005	0.008
0.014	0.021	0.032	0.045	0.062	0.083	0.108	0.138	0.171	0.208
0.249	0.292	0.337	0.383	0.429	0.473	0.514	0.552	0.584	0.610
0.628	0.639	0.642	0.637	0.624	0.604	0.578	0.546	0.511	0.474
0.435	0.396	0.358	0.322	0.288	0.257	0.228	0.201	0.178	0.157
0.138	0.122	0.107	0.094	0.083	0.073	0.064	0.056	0.049	0.044
0.038	0.034	0.030	0.026	0.023	0.020	0.018	0.016	0.014	0.012
0.011	0.010	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004
0.003	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
-8.8688784242	3	0	0.500						
0.000	0.090	0.176	0.255	0.324	0.379	0.418	0.440	0.444	0.430
0.397	0.349	0.286	0.211	0.127	0.039	-0.052	-0.140	-0.223	-0.296
-0.357	-0.404	-0.434	-0.446	-0.440	-0.416	-0.376	-0.320	-0.252	-0.173
-0.088	0.000	0.088	0.174	0.253	0.323	0.383	0.432	0.468	0.492
0.505	0.508	0.501	0.488	0.469	0.446	0.421	0.394	0.367	0.339
0.313	0.288	0.264	0.241	0.220	0.201	0.183	0.166	0.151	0.138
0.125	0.113	0.103	0.093	0.085	0.077	0.070	0.063	0.057	0.052
0.047	0.043	0.039	0.035	0.032	0.029	0.026	0.024	0.022	0.020
0.018	0.016	0.015	0.013	0.012	0.011	0.010	0.009	0.008	0.007

0.007	0.006	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.003
-8.4762778706	2	2	1.500						
0.000	0.000	0.002	0.007	0.016	0.031	0.051	0.078	0.111	0.150
0.193	0.240	0.289	0.338	0.385	0.427	0.463	0.491	0.508	0.513
0.506	0.486	0.452	0.405	0.346	0.277	0.199	0.115	0.027	-0.061
-0.148	-0.230	-0.305	-0.371	-0.426	-0.470	-0.502	-0.523	-0.532	-0.531
-0.521	-0.504	-0.482	-0.456	-0.428	-0.398	-0.369	-0.339	-0.311	-0.284
-0.259	-0.235	-0.214	-0.194	-0.175	-0.159	-0.143	-0.130	-0.117	-0.106
-0.096	-0.086	-0.078	-0.070	-0.064	-0.057	-0.052	-0.047	-0.042	-0.038
-0.035	-0.031	-0.028	-0.026	-0.023	-0.021	-0.019	-0.017	-0.016	-0.014
-0.013	-0.012	-0.010	-0.009	-0.009	-0.008	-0.007	-0.006	-0.006	-0.005
-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.002
-7.8924656491	1	5	5.500						
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002
0.003	0.005	0.009	0.014	0.021	0.030	0.041	0.056	0.074	0.096
0.122	0.151	0.185	0.222	0.262	0.305	0.350	0.395	0.440	0.483
0.524	0.560	0.591	0.616	0.633	0.642	0.643	0.636	0.620	0.598
0.570	0.536	0.500	0.461	0.422	0.383	0.345	0.309	0.276	0.245
0.218	0.193	0.170	0.150	0.132	0.117	0.103	0.091	0.080	0.071
0.062	0.055	0.049	0.043	0.038	0.034	0.030	0.027	0.024	0.021
0.019	0.016	0.015	0.013	0.012	0.010	0.009	0.008	0.007	0.007
0.006	0.005	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.003	0.002	0.002
0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
-3.0893938530	2	3	3.500						
0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.011	0.020	0.032	0.049
0.071	0.098	0.130	0.167	0.207	0.251	0.295	0.340	0.382	0.420
0.452	0.477	0.491	0.495	0.486	0.465	0.430	0.383	0.325	0.256
0.179	0.097	0.011	-0.075	-0.159	-0.237	-0.308	-0.370	-0.422	-0.462
-0.490	-0.508	-0.515	-0.514	-0.505	-0.491	-0.472	-0.450	-0.427	-0.402
-0.378	-0.354	-0.330	-0.307	-0.285	-0.265	-0.246	-0.228	-0.211	-0.195
-0.181	-0.168	-0.155	-0.144	-0.134	-0.124	-0.115	-0.107	-0.099	-0.092
-0.086	-0.080	-0.074	-0.069	-0.064	-0.060	-0.055	-0.052	-0.048	-0.045

-0.042	-0.039	-0.036	-0.034	-0.032	-0.030	-0.028	-0.026	-0.024	-0.022
-0.021	-0.020	-0.018	-0.017	-0.016	-0.015	-0.014	-0.013	-0.012	-0.011
-0.7966269124 1 5 4.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003
0.005	0.008	0.013	0.020	0.029	0.041	0.057	0.077	0.101	0.129
0.161	0.197	0.237	0.281	0.326	0.372	0.419	0.463	0.505	0.543
0.575	0.601	0.619	0.629	0.631	0.626	0.612	0.593	0.567	0.538
0.506	0.472	0.438	0.403	0.370	0.339	0.309	0.281	0.256	0.232
0.211	0.192	0.174	0.158	0.144	0.131	0.120	0.109	0.100	0.091
0.084	0.077	0.070	0.064	0.059	0.055	0.050	0.046	0.043	0.040
0.037	0.034	0.031	0.029	0.027	0.025	0.023	0.022	0.020	0.019
0.018	0.016	0.015	0.014	0.013	0.012	0.012	0.011	0.010	0.010
0.009	0.008	0.008	0.007	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006	0.005
0.2401654366 1 6 6.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.013	0.019	0.027	0.038	0.052
0.070	0.091	0.116	0.145	0.178	0.215	0.255	0.299	0.344	0.390
0.436	0.480	0.521	0.558	0.589	0.613	0.630	0.638	0.637	0.628
0.612	0.589	0.560	0.528	0.493	0.457	0.421	0.385	0.351	0.319
0.289	0.261	0.236	0.213	0.192	0.174	0.157	0.142	0.129	0.117
0.106	0.096	0.087	0.080	0.073	0.066	0.061	0.055	0.051	0.047
0.043	0.039	0.036	0.034	0.031	0.029	0.026	0.025	0.023	0.021
0.020	0.018	0.017	0.016	0.015	0.014	0.013	0.012	0.011	0.011
0.010	0.009	0.009	0.008	0.008	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006
0.0572776247 2 3 2.500									
0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.006	0.011	0.020	0.032	0.049
0.071	0.097	0.128	0.164	0.202	0.243	0.284	0.324	0.361	0.393
0.418	0.435	0.442	0.437	0.420	0.392	0.351	0.300	0.238	0.170
0.095	0.017	-0.061	-0.137	-0.209	-0.275	-0.332	-0.381	-0.420	-0.449
-0.470	-0.482	-0.487	-0.485	-0.479	-0.469	-0.456	-0.442	-0.426	-0.409
-0.392	-0.376	-0.360	-0.343	-0.326	-0.310	-0.295	-0.281	-0.268	-0.255
-0.243	-0.232	-0.221	-0.211	-0.201	-0.193	-0.184	-0.176	-0.169	-0.162

-0.155	-0.148	-0.142	-0.137	-0.131	-0.126	-0.121	-0.117	-0.112	-0.108
-0.104	-0.100	-0.097	-0.093	-0.090	-0.087	-0.084	-0.081	-0.078	-0.076
-0.073	-0.071	-0.069	-0.066	-0.064	-0.062	-0.060	-0.058	-0.057	-0.055
-1.4195314198 3 1 1.500									
0.000	0.005	0.023	0.051	0.089	0.132	0.180	0.229	0.276	0.317
0.351	0.375	0.386	0.384	0.367	0.336	0.291	0.235	0.168	0.094
0.016	-0.063	-0.138	-0.208	-0.268	-0.317	-0.350	-0.368	-0.370	-0.354
-0.323	-0.278	-0.220	-0.153	-0.079	-0.002	0.075	0.149	0.218	0.279
0.332	0.376	0.410	0.435	0.452	0.461	0.464	0.462	0.456	0.446
0.434	0.420	0.405	0.390	0.374	0.357	0.341	0.328	0.315	0.302
0.289	0.278	0.266	0.255	0.244	0.234	0.224	0.215	0.206	0.197
0.189	0.181	0.173	0.166	0.159	0.153	0.146	0.140	0.134	0.129
0.124	0.119	0.114	0.109	0.105	0.100	0.096	0.092	0.088	0.085
0.081	0.078	0.075	0.072	0.069	0.066	0.063	0.061	0.058	0.056
-0.5616040630 3 1 0.500									
0.000	0.005	0.021	0.047	0.081	0.121	0.164	0.208	0.250	0.288
0.318	0.338	0.347	0.344	0.327	0.297	0.255	0.202	0.141	0.073
0.002	-0.069	-0.137	-0.199	-0.251	-0.292	-0.320	-0.333	-0.331	-0.314
-0.283	-0.239	-0.186	-0.124	-0.057	0.012	0.081	0.147	0.208	0.263
0.310	0.349	0.380	0.404	0.420	0.431	0.437	0.438	0.436	0.431
0.425	0.416	0.406	0.396	0.385	0.374	0.362	0.351	0.339	0.328
0.317	0.308	0.299	0.290	0.281	0.273	0.265	0.257	0.250	0.242
0.235	0.228	0.222	0.215	0.209	0.203	0.197	0.192	0.186	0.181
0.176	0.171	0.166	0.161	0.157	0.152	0.148	0.144	0.140	0.136
0.132	0.129	0.125	0.122	0.118	0.115	0.112	0.109	0.106	0.103
3.0959357572 2 4 4.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003	0.005	0.008
0.014	0.021	0.030	0.042	0.057	0.075	0.094	0.117	0.141	0.166
0.191	0.215	0.237	0.257	0.272	0.282	0.286	0.282	0.272	0.254
0.228	0.196	0.157	0.114	0.066	0.017	-0.033	-0.082	-0.128	-0.171
-0.209	-0.242	-0.269	-0.291	-0.308	-0.320	-0.328	-0.333	-0.335	-0.335
-0.334	-0.332	-0.330	-0.327	-0.324	-0.321	-0.319	-0.317	-0.315	-0.314

-0.313	-0.313	-0.313	-0.314	-0.315	-0.316	-0.318	-0.320	-0.322	-0.325
-0.328	-0.331	-0.334	-0.338	-0.341	-0.345	-0.349	-0.353	-0.357	-0.361
-0.364	-0.356	-0.348	-0.340	-0.331	-0.322	-0.313	-0.304	-0.295	-0.285
-0.276	-0.266	-0.255	-0.245	-0.234	-0.223	-0.212	-0.200	-0.189	-0.177
7.2019183244			1	6	5.500				
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.006	0.009	0.012	0.017
0.022	0.028	0.036	0.044	0.053	0.063	0.074	0.086	0.097	0.108
0.119	0.129	0.138	0.146	0.152	0.157	0.160	0.162	0.162	0.162
0.160	0.159	0.156	0.154	0.152	0.151	0.150	0.150	0.151	0.152
0.155	0.158	0.162	0.167	0.174	0.181	0.188	0.197	0.207	0.218
0.229	0.241	0.254	0.268	0.283	0.298	0.314	0.330	0.347	0.364
0.382	0.400	0.418	0.437	0.455	0.474	0.492	0.488	0.483	0.479
0.473	0.468	0.461	0.454	0.446	0.438	0.428	0.418	0.406	0.394
0.381	0.367	0.351	0.335	0.318	0.300	0.281	0.261	0.240	0.219
3.8924150654			2	4	3.500				
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.002	0.004
0.006	0.009	0.013	0.019	0.025	0.033	0.041	0.051	0.061	0.072
0.083	0.093	0.103	0.111	0.118	0.122	0.124	0.122	0.118	0.110
0.100	0.087	0.071	0.053	0.034	0.014	-0.007	-0.027	-0.047	-0.065
-0.083	-0.099	-0.114	-0.128	-0.141	-0.152	-0.163	-0.173	-0.183	-0.193
-0.202	-0.212	-0.221	-0.231	-0.240	-0.250	-0.261	-0.271	-0.282	-0.294
-0.305	-0.317	-0.329	-0.341	-0.354	-0.367	-0.380	-0.393	-0.406	-0.419
-0.432	-0.445	-0.458	-0.455	-0.451	-0.448	-0.444	-0.439	-0.435	-0.430
-0.424	-0.418	-0.412	-0.405	-0.398	-0.390	-0.381	-0.372	-0.362	-0.352
-0.341	-0.330	-0.318	-0.305	-0.292	-0.279	-0.264	-0.250	-0.234	-0.218
0.7928064843			4	0	0.500				
0.000	0.033	0.064	0.092	0.115	0.132	0.142	0.145	0.141	0.129
0.110	0.086	0.058	0.026	-0.007	-0.039	-0.070	-0.097	-0.119	-0.135
-0.143	-0.145	-0.139	-0.126	-0.107	-0.082	-0.053	-0.021	0.012	0.044
0.074	0.100	0.122	0.138	0.148	0.151	0.147	0.138	0.123	0.104
0.082	0.056	0.030	0.002	-0.025	-0.052	-0.079	-0.104	-0.128	-0.150

-0.172	-0.192	-0.211	-0.230	-0.247	-0.264	-0.280	-0.295	-0.309	-0.323
-0.337	-0.350	-0.362	-0.374	-0.386	-0.389	-0.392	-0.394	-0.396	-0.397
-0.398	-0.399	-0.400	-0.400	-0.399	-0.399	-0.398	-0.397	-0.395	-0.393
-0.391	-0.388	-0.385	-0.382	-0.378	-0.374	-0.370	-0.365	-0.360	-0.355
-0.349	-0.344	-0.338	-0.331	-0.324	-0.317	-0.310	-0.303	-0.295	-0.287

27

-36.5118991824	1	0	0.500						
0.000	0.039	0.079	0.117	0.156	0.193	0.230	0.266	0.300	0.333
0.364	0.394	0.421	0.447	0.470	0.491	0.510	0.525	0.538	0.548
0.554	0.558	0.558	0.555	0.549	0.539	0.527	0.511	0.492	0.471
0.447	0.421	0.393	0.364	0.334	0.304	0.273	0.244	0.215	0.188
0.163	0.139	0.118	0.100	0.083	0.069	0.057	0.047	0.038	0.031
0.025	0.020	0.017	0.013	0.011	0.009	0.007	0.006	0.005	0.004
0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-31.7191087636	1	1	1.500						
0.000	0.002	0.008	0.017	0.031	0.048	0.068	0.091	0.118	0.146
0.177	0.210	0.244	0.279	0.314	0.349	0.384	0.418	0.450	0.480
0.508	0.532	0.553	0.571	0.584	0.592	0.596	0.595	0.589	0.578
0.562	0.542	0.517	0.489	0.457	0.423	0.388	0.351	0.315	0.278
0.244	0.212	0.183	0.156	0.132	0.111	0.093	0.077	0.064	0.053
0.043	0.036	0.029	0.024	0.019	0.016	0.013	0.010	0.008	0.007
0.006	0.005	0.004	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-30.7956365347	1	1	0.500						
0.000	0.002	0.008	0.019	0.034	0.052	0.074	0.099	0.127	0.158
0.191	0.226	0.262	0.299	0.336	0.372	0.408	0.442	0.474	0.504
0.530	0.553	0.572	0.587	0.596	0.601	0.601	0.595	0.585	0.569

0.549	0.524	0.495	0.464	0.429	0.393	0.356	0.319	0.283	0.248
0.214	0.185	0.158	0.134	0.113	0.095	0.079	0.065	0.054	0.044
0.036	0.030	0.024	0.020	0.016	0.013	0.011	0.009	0.007	0.006
0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-26.0536709301 1 2 2.500									
0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.010	0.017	0.026	0.039	0.054
0.072	0.094	0.119	0.146	0.177	0.210	0.245	0.282	0.320	0.358
0.397	0.434	0.470	0.504	0.534	0.561	0.584	0.601	0.613	0.619
0.619	0.612	0.600	0.581	0.557	0.528	0.495	0.458	0.420	0.380
0.340	0.301	0.264	0.229	0.197	0.168	0.143	0.120	0.101	0.084
0.070	0.058	0.048	0.040	0.033	0.027	0.022	0.018	0.015	0.012
0.010	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-22.3109498324 2 0 0.500									
0.000	0.074	0.147	0.216	0.282	0.342	0.395	0.440	0.476	0.503
0.520	0.526	0.522	0.507	0.482	0.447	0.403	0.351	0.291	0.225
0.155	0.081	0.006	-0.069	-0.143	-0.214	-0.281	-0.341	-0.395	-0.440
-0.476	-0.503	-0.519	-0.527	-0.524	-0.514	-0.495	-0.470	-0.440	-0.407
-0.371	-0.334	-0.297	-0.262	-0.229	-0.198	-0.171	-0.146	-0.124	-0.105
-0.089	-0.075	-0.063	-0.053	-0.044	-0.037	-0.031	-0.026	-0.022	-0.018
-0.015	-0.013	-0.011	-0.009	-0.007	-0.006	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003
-0.003	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-23.9083158364 1 2 1.500									
0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.012	0.020	0.031	0.046	0.064
0.085	0.110	0.138	0.170	0.204	0.241	0.280	0.320	0.361	0.401

0.441	0.478	0.514	0.545	0.573	0.595	0.612	0.623	0.627	0.624
0.616	0.600	0.579	0.552	0.520	0.485	0.447	0.407	0.367	0.327
0.289	0.252	0.218	0.188	0.160	0.136	0.115	0.096	0.081	0.067
0.056	0.047	0.039	0.032	0.027	0.022	0.018	0.015	0.013	0.010
0.009	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-19.5653818119 1 3 3.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.007	0.012	0.018
0.027	0.038	0.052	0.070	0.091	0.115	0.142	0.173	0.207	0.244
0.283	0.323	0.365	0.406	0.447	0.486	0.523	0.556	0.584	0.608
0.624	0.634	0.637	0.633	0.621	0.602	0.577	0.546	0.510	0.471
0.429	0.387	0.345	0.305	0.267	0.231	0.199	0.170	0.145	0.123
0.103	0.087	0.073	0.061	0.051	0.043	0.036	0.030	0.025	0.021
0.018	0.015	0.012	0.010	0.009	0.007	0.006	0.005	0.004	0.004
0.003	0.003	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-14.5280570797 2 1 1.500									
0.000	0.004	0.019	0.042	0.073	0.111	0.155	0.203	0.254	0.305
0.355	0.403	0.445	0.481	0.508	0.527	0.534	0.531	0.516	0.488
0.450	0.400	0.340	0.272	0.197	0.116	0.033	-0.052	-0.135	-0.214
-0.288	-0.354	-0.411	-0.457	-0.492	-0.515	-0.527	-0.527	-0.518	-0.500
-0.475	-0.445	-0.411	-0.376	-0.341	-0.306	-0.273	-0.243	-0.215	-0.187
-0.162	-0.140	-0.121	-0.104	-0.089	-0.076	-0.065	-0.056	-0.048	-0.041
-0.035	-0.030	-0.026	-0.022	-0.019	-0.016	-0.014	-0.012	-0.010	-0.009
-0.008	-0.006	-0.006	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002
-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-15.7288984558 1 3 2.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.009	0.015	0.023

0.035	0.049	0.067	0.089	0.115	0.144	0.177	0.214	0.254	0.296
0.339	0.384	0.428	0.470	0.511	0.547	0.579	0.606	0.626	0.639
0.644	0.642	0.631	0.613	0.589	0.558	0.523	0.484	0.443	0.401
0.359	0.318	0.280	0.244	0.211	0.182	0.156	0.133	0.114	0.096
0.082	0.069	0.058	0.049	0.042	0.035	0.030	0.025	0.021	0.018
0.015	0.013	0.011	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005	0.004	0.003
0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-13.0808920875 2 1 0.500									
0.000	0.005	0.020	0.044	0.076	0.116	0.162	0.212	0.264	0.317
0.367	0.415	0.456	0.490	0.515	0.530	0.534	0.525	0.504	0.471
0.425	0.369	0.304	0.230	0.150	0.065	-0.021	-0.106	-0.188	-0.266
-0.336	-0.397	-0.447	-0.487	-0.514	-0.529	-0.534	-0.527	-0.512	-0.490
-0.461	-0.429	-0.395	-0.361	-0.327	-0.290	-0.256	-0.225	-0.196	-0.171
-0.148	-0.128	-0.111	-0.095	-0.082	-0.071	-0.061	-0.052	-0.045	-0.039
-0.033	-0.029	-0.025	-0.021	-0.018	-0.016	-0.014	-0.012	-0.010	-0.009
-0.008	-0.006	-0.006	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002
-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-12.4458251403 1 4 4.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003	0.006
0.009	0.014	0.021	0.031	0.043	0.058	0.077	0.099	0.124	0.154
0.187	0.224	0.263	0.305	0.348	0.393	0.437	0.480	0.521	0.557
0.589	0.616	0.635	0.646	0.650	0.645	0.632	0.611	0.583	0.549
0.511	0.469	0.426	0.383	0.340	0.300	0.263	0.228	0.197	0.169
0.145	0.124	0.106	0.090	0.077	0.065	0.055	0.047	0.040	0.034
0.029	0.025	0.021	0.018	0.015	0.013	0.011	0.009	0.008	0.007
0.006	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.001
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
-6.3525335447 2 2 2.500									

0.000	0.000	0.002	0.006	0.014	0.027	0.046	0.071	0.101	0.137
0.179	0.224	0.272	0.321	0.369	0.415	0.456	0.491	0.517	0.534
0.538	0.530	0.510	0.475	0.428	0.369	0.299	0.221	0.135	0.046
-0.045	-0.135	-0.220	-0.299	-0.368	-0.426	-0.472	-0.505	-0.525	-0.533
-0.529	-0.515	-0.493	-0.466	-0.434	-0.400	-0.365	-0.330	-0.297	-0.266
-0.237	-0.210	-0.186	-0.164	-0.145	-0.128	-0.113	-0.099	-0.087	-0.077
-0.068	-0.060	-0.052	-0.046	-0.041	-0.036	-0.032	-0.028	-0.025	-0.022
-0.019	-0.017	-0.015	-0.013	-0.012	-0.010	-0.009	-0.008	-0.007	-0.006
-0.006	-0.005	-0.005	-0.004	-0.004	-0.003	-0.003	-0.003	-0.002	-0.002
-0.002	-0.002	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001	-0.001
-3.4691760646 2 2 1.500									
0.000	0.000	0.002	0.007	0.016	0.030	0.051	0.077	0.110	0.149
0.193	0.241	0.291	0.341	0.390	0.435	0.473	0.503	0.524	0.532
0.528	0.510	0.477	0.432	0.373	0.303	0.223	0.137	0.046	-0.047
-0.138	-0.224	-0.304	-0.373	-0.432	-0.478	-0.511	-0.530	-0.538	-0.534
-0.521	-0.500	-0.473	-0.443	-0.410	-0.377	-0.344	-0.311	-0.281	-0.253
-0.226	-0.203	-0.181	-0.161	-0.144	-0.128	-0.114	-0.102	-0.090	-0.081
-0.072	-0.064	-0.057	-0.051	-0.046	-0.041	-0.036	-0.033	-0.029	-0.026
-0.023	-0.021	-0.019	-0.017	-0.015	-0.014	-0.012	-0.011	-0.010	-0.009
-0.008	-0.007	-0.007	-0.006	-0.005	-0.005	-0.004	-0.004	-0.004	-0.003
-0.003	-0.003	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.002	-0.001	-0.001
-6.4971508417 1 4 3.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.008
0.013	0.021	0.030	0.043	0.060	0.080	0.105	0.134	0.167	0.204
0.244	0.288	0.334	0.381	0.428	0.474	0.517	0.556	0.590	0.618
0.638	0.650	0.654	0.648	0.635	0.613	0.585	0.551	0.513	0.472
0.430	0.388	0.347	0.308	0.272	0.238	0.208	0.181	0.158	0.137
0.118	0.102	0.088	0.076	0.066	0.057	0.049	0.043	0.037	0.032
0.028	0.024	0.021	0.018	0.016	0.014	0.012	0.011	0.009	0.008
0.007	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004	0.003	0.003	0.002	0.002
0.002	0.002	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
0.001	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000

-4.7925873886	1	5	5.500						
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002
0.003	0.005	0.008	0.013	0.019	0.028	0.039	0.053	0.070	0.091
0.116	0.145	0.179	0.216	0.256	0.299	0.345	0.391	0.438	0.483
0.526	0.565	0.599	0.626	0.645	0.655	0.657	0.650	0.633	0.609
0.578	0.541	0.501	0.458	0.415	0.372	0.331	0.292	0.257	0.225
0.196	0.170	0.147	0.128	0.110	0.095	0.083	0.071	0.062	0.053
0.046	0.040	0.035	0.030	0.026	0.023	0.020	0.017	0.015	0.013
0.012	0.010	0.009	0.008	0.007	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004
0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.001	0.001
0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.000	0.000	0.000	0.000
1.7012913936	2	3	3.500						
0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.011	0.020	0.033	0.050
0.072	0.100	0.133	0.171	0.213	0.258	0.305	0.352	0.397	0.439
0.474	0.501	0.519	0.524	0.517	0.496	0.462	0.413	0.352	0.279
0.197	0.109	0.017	-0.076	-0.166	-0.250	-0.326	-0.392	-0.445	-0.485
-0.512	-0.526	-0.528	-0.521	-0.505	-0.484	-0.458	-0.429	-0.400	-0.370
-0.340	-0.312	-0.286	-0.260	-0.237	-0.216	-0.196	-0.178	-0.162	-0.148
-0.134	-0.122	-0.112	-0.102	-0.093	-0.085	-0.078	-0.071	-0.065	-0.060
-0.055	-0.050	-0.046	-0.042	-0.039	-0.036	-0.033	-0.031	-0.028	-0.026
-0.024	-0.022	-0.021	-0.019	-0.018	-0.017	-0.015	-0.014	-0.013	-0.012
-0.011	-0.011	-0.010	-0.009	-0.009	-0.008	-0.008	-0.007	-0.007	-0.006
5.8015254710	2	3	2.500						
0.000	0.000	0.000	0.001	0.003	0.006	0.012	0.022	0.036	0.054
0.078	0.108	0.142	0.181	0.224	0.270	0.316	0.360	0.402	0.438
0.466	0.484	0.491	0.485	0.465	0.432	0.384	0.325	0.254	0.174
0.089	0.000	-0.089	-0.174	-0.254	-0.325	-0.386	-0.436	-0.473	-0.499
-0.513	-0.517	-0.513	-0.502	-0.486	-0.466	-0.444	-0.420	-0.397	-0.373
-0.350	-0.329	-0.308	-0.287	-0.268	-0.250	-0.233	-0.218	-0.203	-0.190
-0.178	-0.167	-0.157	-0.147	-0.139	-0.131	-0.123	-0.116	-0.110	-0.104
-0.099	-0.093	-0.089	-0.084	-0.080	-0.076	-0.072	-0.069	-0.066	-0.062
-0.059	-0.057	-0.054	-0.051	-0.049	-0.046	-0.044	-0.042	-0.040	-0.037

-0.035	-0.033	-0.031	-0.029	-0.027	-0.025	-0.023	-0.022	-0.020	-0.018
-3.7047386331	3	0	0.500						
0.000	0.092	0.181	0.262	0.333	0.391	0.433	0.458	0.464	0.452
0.422	0.375	0.314	0.239	0.155	0.065	-0.028	-0.120	-0.207	-0.286
-0.352	-0.405	-0.441	-0.459	-0.458	-0.438	-0.400	-0.346	-0.277	-0.198
-0.110	-0.018	0.075	0.165	0.248	0.323	0.386	0.437	0.474	0.498
0.509	0.509	0.499	0.482	0.458	0.431	0.401	0.370	0.340	0.310
0.281	0.254	0.229	0.207	0.186	0.167	0.150	0.134	0.120	0.108
0.097	0.087	0.078	0.070	0.063	0.056	0.050	0.045	0.041	0.037
0.033	0.030	0.027	0.024	0.022	0.020	0.018	0.016	0.014	0.013
0.012	0.011	0.010	0.009	0.008	0.007	0.006	0.006	0.005	0.005
0.004	0.004	0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002
4.4999461992	3	1	1.500						
0.000	0.006	0.026	0.057	0.098	0.146	0.199	0.253	0.305	0.352
0.390	0.417	0.431	0.429	0.411	0.378	0.329	0.267	0.193	0.111
0.024	-0.064	-0.149	-0.228	-0.295	-0.350	-0.387	-0.407	-0.407	-0.388
-0.351	-0.297	-0.230	-0.152	-0.067	0.021	0.108	0.191	0.266	0.331
0.385	0.427	0.457	0.476	0.485	0.485	0.478	0.466	0.449	0.430
0.410	0.388	0.366	0.344	0.322	0.301	0.281	0.265	0.251	0.237
0.224	0.212	0.201	0.190	0.180	0.171	0.163	0.155	0.147	0.140
0.134	0.128	0.122	0.117	0.112	0.107	0.103	0.098	0.095	0.091
0.087	0.084	0.081	0.078	0.075	0.073	0.070	0.068	0.065	0.063
0.061	0.059	0.057	0.055	0.053	0.052	0.050	0.048	0.047	0.045
3.5746193030	1	5	4.500						
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.001	0.003
0.005	0.008	0.013	0.020	0.029	0.042	0.058	0.078	0.102	0.131
0.165	0.203	0.244	0.289	0.337	0.385	0.434	0.481	0.525	0.565
0.598	0.624	0.642	0.651	0.651	0.642	0.625	0.601	0.570	0.535
0.497	0.458	0.418	0.379	0.342	0.307	0.274	0.245	0.218	0.194
0.173	0.154	0.137	0.122	0.108	0.097	0.086	0.077	0.069	0.062
0.056	0.050	0.045	0.041	0.037	0.033	0.030	0.027	0.025	0.023
0.021	0.019	0.017	0.016	0.014	0.013	0.012	0.011	0.010	0.009

0.009	0.008	0.007	0.007	0.006	0.006	0.005	0.005	0.005	0.004
0.004	0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002
3.3079729234 1 6 6.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.002	0.003	0.005	0.008	0.012	0.018	0.027	0.037	0.051
0.068	0.090	0.115	0.144	0.178	0.216	0.258	0.303	0.350	0.398
0.447	0.494	0.537	0.577	0.609	0.635	0.652	0.659	0.657	0.646
0.625	0.598	0.564	0.526	0.485	0.443	0.401	0.361	0.323	0.287
0.255	0.225	0.199	0.176	0.155	0.137	0.121	0.107	0.094	0.083
0.074	0.065	0.058	0.052	0.046	0.041	0.037	0.033	0.030	0.027
0.024	0.021	0.019	0.017	0.016	0.014	0.013	0.012	0.011	0.010
0.009	0.008	0.007	0.007	0.006	0.006	0.005	0.005	0.004	0.004
0.004	0.003	0.003	0.003	0.003	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002
13.2311250096 1 6 5.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.001	0.001	0.002	0.003	0.004	0.007	0.010	0.014	0.020	0.027
0.035	0.045	0.057	0.070	0.084	0.100	0.117	0.134	0.151	0.168
0.184	0.198	0.210	0.219	0.226	0.229	0.230	0.228	0.224	0.218
0.210	0.201	0.192	0.183	0.174	0.166	0.159	0.153	0.148	0.144
0.141	0.140	0.140	0.141	0.143	0.146	0.151	0.157	0.163	0.171
0.180	0.190	0.201	0.214	0.227	0.241	0.256	0.271	0.288	0.305
0.324	0.342	0.362	0.381	0.402	0.422	0.443	0.463	0.484	0.504
0.524	0.515	0.506	0.496	0.485	0.474	0.461	0.447	0.432	0.416
0.399	0.381	0.361	0.340	0.318	0.294	0.270	0.244	0.218	0.190
7.9776749407 3 2 2.500									
0.000	0.000	0.001	0.003	0.007	0.012	0.020	0.031	0.043	0.058
0.073	0.089	0.105	0.119	0.132	0.141	0.147	0.148	0.145	0.137
0.123	0.105	0.082	0.057	0.028	-0.001	-0.030	-0.059	-0.084	-0.105
-0.122	-0.133	-0.138	-0.136	-0.128	-0.114	-0.096	-0.073	-0.047	-0.019
0.009	0.037	0.064	0.090	0.113	0.134	0.152	0.168	0.183	0.195
0.207	0.217	0.227	0.236	0.245	0.253	0.262	0.271	0.280	0.289
0.298	0.308	0.318	0.328	0.339	0.350	0.361	0.373	0.385	0.397

0.409	0.421	0.433	0.445	0.457	0.469	0.481	0.473	0.465	0.456
0.447	0.438	0.428	0.418	0.407	0.395	0.383	0.371	0.358	0.344
0.330	0.315	0.299	0.283	0.266	0.248	0.230	0.212	0.193	0.173
8.9884107603 2 4 4.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.004	0.007	0.012
0.019	0.029	0.042	0.059	0.080	0.104	0.132	0.163	0.196	0.231
0.266	0.300	0.331	0.357	0.377	0.389	0.392	0.385	0.367	0.338
0.298	0.249	0.191	0.126	0.057	-0.014	-0.084	-0.152	-0.214	-0.270
-0.317	-0.354	-0.383	-0.402	-0.413	-0.418	-0.416	-0.410	-0.400	-0.389
-0.376	-0.362	-0.348	-0.335	-0.322	-0.310	-0.300	-0.290	-0.281	-0.273
-0.267	-0.261	-0.256	-0.252	-0.249	-0.247	-0.246	-0.245	-0.245	-0.245
-0.246	-0.248	-0.250	-0.252	-0.255	-0.258	-0.261	-0.264	-0.268	-0.272
-0.276	-0.280	-0.283	-0.287	-0.291	-0.281	-0.271	-0.260	-0.249	-0.238
-0.227	-0.215	-0.203	-0.191	-0.179	-0.166	-0.153	-0.140	-0.126	-0.112
8.2887077118 3 2 1.500									
0.000	0.000	0.001	0.002	0.005	0.010	0.016	0.025	0.035	0.046
0.058	0.071	0.084	0.095	0.105	0.112	0.117	0.118	0.115	0.108
0.097	0.083	0.065	0.044	0.022	-0.002	-0.025	-0.047	-0.067	-0.084
-0.098	-0.107	-0.111	-0.110	-0.104	-0.095	-0.081	-0.064	-0.045	-0.025
-0.003	0.018	0.039	0.059	0.078	0.096	0.113	0.129	0.144	0.158
0.172	0.185	0.198	0.210	0.223	0.236	0.248	0.261	0.275	0.288
0.302	0.316	0.330	0.345	0.360	0.375	0.390	0.406	0.422	0.437
0.453	0.469	0.484	0.480	0.475	0.470	0.464	0.459	0.452	0.446
0.438	0.431	0.422	0.413	0.404	0.393	0.382	0.370	0.358	0.345
0.331	0.316	0.301	0.285	0.268	0.250	0.232	0.214	0.194	0.174
10.2839861044 2 4 3.500									
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.001	0.002	0.003
0.005	0.007	0.011	0.015	0.020	0.027	0.034	0.041	0.050	0.058
0.067	0.075	0.083	0.089	0.094	0.097	0.097	0.095	0.090	0.083
0.073	0.061	0.048	0.032	0.016	-0.001	-0.018	-0.034	-0.050	-0.064
-0.077	-0.089	-0.099	-0.108	-0.116	-0.124	-0.130	-0.137	-0.143	-0.149
-0.155	-0.162	-0.169	-0.177	-0.185	-0.194	-0.203	-0.214	-0.224	-0.236

-0.248	-0.261	-0.275	-0.289	-0.304	-0.320	-0.336	-0.352	-0.370	-0.387
-0.405	-0.423	-0.441	-0.459	-0.478	-0.496	-0.514	-0.508	-0.501	-0.494
-0.487	-0.478	-0.469	-0.460	-0.450	-0.438	-0.426	-0.413	-0.399	-0.385
-0.369	-0.352	-0.334	-0.316	-0.296	-0.275	-0.254	-0.232	-0.209	-0.185
7.3991467546	4	0	0.500						
0.000	0.031	0.060	0.086	0.107	0.123	0.133	0.136	0.131	0.120
0.103	0.080	0.054	0.024	-0.007	-0.037	-0.066	-0.091	-0.111	-0.126
-0.133	-0.134	-0.128	-0.115	-0.096	-0.072	-0.044	-0.013	0.018	0.048
0.075	0.099	0.118	0.130	0.137	0.136	0.130	0.117	0.099	0.078
0.053	0.027	0.000	-0.027	-0.054	-0.079	-0.103	-0.126	-0.147	-0.167
-0.185	-0.203	-0.219	-0.235	-0.251	-0.266	-0.281	-0.295	-0.310	-0.324
-0.339	-0.353	-0.368	-0.382	-0.397	-0.411	-0.426	-0.441	-0.455	-0.453
-0.450	-0.447	-0.443	-0.440	-0.436	-0.432	-0.427	-0.423	-0.417	-0.412
-0.405	-0.399	-0.391	-0.383	-0.375	-0.366	-0.356	-0.346	-0.335	-0.324
-0.312	-0.299	-0.286	-0.272	-0.258	-0.243	-0.227	-0.211	-0.194	-0.177

ÖZGEÇMİŞ

03.05.1981 yılı Erzurum-karayazı doğumlu. İlk Okulu Bitlis – Mutki orta ve lise öğrenimi Şanlıurfa da bitirdi. Lisans öğrenimini Niğde Üniversitesi Fizik bölümünde bitirdi. Muş Alparslan Üniversitesinde Sosyal Bilimler Enstitüsünde Kürt Dili ve Kültüründe tezsiz yüksek lisans yaptı. Muş Alparslan Üniversitesinde Pedagojik Formasyon Eğitimi sertifikasını aldı. Evli ve 3 çocuğu vardır.