



www.turkishstudies.net/economy

Turkish Studies - Economics, Finance, Politics

eISSN: 2667-5625

Research Article / Araştırma Makalesi



INTERNATIONAL  
BALKAN  
UNIVERSITY  
Sponsored by IBU

## Deterministik ve Stokastik Araç Rotalama Problemleri: Matematiksel Modeller ve Çözüm Yöntemleri

*Deterministic and Stochastic Vehicle Routing Problems: Mathematical Models and Solution Methods*

Adem Şehitoğlu\* - Şakir İşleyen\*\*

**Abstract:** It has become indispensable for human beings to seek maximum and minimum solutions to real life problems. Optimization ensures that algorithms are developed for solutions based on the optimal approach to these problems. Today, companies are trying to solve their problems that aim to serve their customers from the centers that will form the distribution network with the least cost. Among these problems, Vehicle Routing Problems (VRP) has an important place in providing logistics support in the globalizing world. With vehicle routing problems, the least costly models, algorithms and solution methods are developed to find different routes with a vehicle fleet for branches located in different regions from a central warehouse. Vehicle routing studies conducted over time aim to find the best solution to problems in deterministic and stochastic nature. Vehicle routing problems aim to solve the problem with the constraints created by known demands, customers, service or travel times. In stochastic vehicle routing problems (SVRP), the parameters that make up the demands, customers, travel or service times are found randomly and the SVRP is closer to the problems in the real world. In our study, the mathematical model structures of VRP and SVRP problems were examined under certain headings. The problem of solving the stochastic routing problem is that the computability of the objective function requires considerably more operations than deterministic routing problems. Stochastic routing problems have been modeled in the literature as chance constrained and auxiliary action, and these difficult and complex random mathematical models have been studied. Then, deterministic and stochastic vehicle routing problems and new developments in recent studies are examined. Then, the exact and intuitive solution methods for VRP in the literature are examined.

**Structured Abstract:** Today, with the development of technology, the supply of many products has exceeded the demand for the product, which has increased the competition between businesses. In order to survive in this environment, businesses should take customer requests into account in their products, produce the desired quality product at lower costs and reach the customer. One of the most important factors that increase the production / service costs of enterprises is logistics activities. Vehicle Routing Problem is one of

\* Öğr. Gör., Muş Alparslan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Bölümü

Lect., Muş Alparslan University, Faculty of Education, Elementary Mathematics

ORCID0000-0002-7598-5348

a.sehitoglu@alparslan.edu.tr

\*\* Dr.Öğr. Üyesi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, İktisadi İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü

Asst. Prof. Yüzüncü Yıl University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Econometrics

ORCID0000-0002-8186-1990

sakirisleyen@yyu.edu.tr

**Cite as/ Atf:** Şehitoğlu, A. & İşleyen, Ş (2021). Deterministik ve stokastik araç rotalama problemleri: matematiksel modeller ve çözüm yöntemleri. *Turkish Studies - Economy*, 16(1), 491-514.

<https://dx.doi.org/10.47644/TurkishStudies.49428>

**Received/Geliş:** 15 February/Şubat 2021

**Accepted/Kabul:** 26 March/Mart 2021

Checked by plagiarism software

Published/Yayın: 30 March/Mart 2021

CC BY-NC 4.0

the issues that logistics management deals with (Çebi & Yıldırım, 2020). Vehicle Routing Problem (VRP) is the problem of determining appropriate routes to minimize costs in order to serve customers in different locations from one or more warehouses with one or more vehicles (Desticioğlu & Özyörük, 2019). Vehicle routing problems are now indispensable to provide logistics support of companies' national or international business partners. Vehicle routing problem is a difficult compound problem called NP-hard within combinatorial optimization problems. VRP models the problems that arise during the distribution of products, which are the last stage of the supply chain, with optimization techniques. The approach taken to obtain the optimal solution is to create suitable conditions according to the type of problem (Keskindürk et al., 2015: 77-78).

Sometimes uncertainties may arise for different reasons that are not available in the problem in order to make routing. These uncertainties should be defined as stochastic and resolved. Stochastic Vehicle Routing Problem seeks a solution for situations where some or all parameters of the created routing problem are random. Common problems are modeled when demands, travel times, customers, and service times are random. These kinds of situations are often seen in real life problems where it is very difficult to determine the exact parameters. The underlying idea of stochastic VRP is to transform the probabilistic nature of the problem into its equivalent, deterministic state. Stochastic tool routing problems are modeled in two ways: Chance constrained stochastic programming and Recourse stochastic programming (Gendreau et al., 1996: 3-5).

More than 62 years have passed since Dantzig and Ramser raised the problem in 1959. They described the real-world application of delivering gasoline to service stations and proposed the first mathematical programming formulation and algorithmic approach. A few years later, in 1964, Clarke and Wright proposed an effective greedy heuristic that developed the Dantzig-Ramser approach. Following these two seminal articles, hundreds of models and algorithms have been proposed for the optimal and approximate solution of different versions of VRP. Dozens of packages for solving various real-world VRPs are now available on the market.

Various solution methods have been developed by researchers for vehicle routing problems. Solution methods are divided into two groups as precise and heuristic methods, depending on whether they provide the most appropriate solution Düzakın & Demircioğlu, (2009).

The exact solution methods for VRP have been obtained by further developing the solution methods of the traveling salesman problem. Exact solution methods find the best solutions, but often solving very large problems takes a long time. The features of exact solution methods are finding solutions based on mathematical programming and giving optimal results. (Şeker, 2007).

Since VRP is problems with NP-hard components, it takes a long time to obtain the optimal solution. In addition, with the increase in the number of constraints in VRP, the problem becomes very complex and reaching the optimal solution of the problem becomes difficult. For this reason, these methods are widely used in the literature because the heuristic methods in the solution of the problem give values close to the best solution and provide a solution in a shorter time (Ekizler, 2011). Heuristic methods can be classified as classical heuristic methods and meta-heuristic methods.

Vehicle Routing Problem is the optimization problems that arise during product distribution, which is the last stage of the supply chain, which is at the center of distribution management. In addition to deterministic problems, stochastic approaches that take into account the uncertainties in the system draw attention in recent studies in terms of creating models that better reflect the reality. In this direction, scientific studies that better analyze the recent situation of vehicle routing problems in terms of both theoretical and application were examined in our study. The importance of this problem, the analysis of models developed for the problems and their solution methods ((Keskindürk et al., 2015), (Gendreau et al., 1996: 3-4), (Desticioğlu & Özyörük, 2019) and (Düzakın & Demircioğlu, 2009) were discussed in these studies. The studies mentioned have examined the vehicle routing problems as deterministic or stochastic separately. During our research, it was concluded that there is a need for a literature summary that highlights the similarities and differences between mathematical models based on deterministic and stochastic VRP and their solution methods. In this article, attention was drawn to the course of vehicle routing problems, the diversity of the models considered and the development of solution methods by comparing the deterministic and stochastic situations.

**Keywords:** Operations Research, Optimization, Vehicle Routing, Stochastic Vehicle Routing, Exact Solution Methods, Heuristic Methods.

**Öz:** Gerçek hayat problemlerine maksimum ve minimum seviyede çözüm aramak insanoğlu için vazgeçilmez olmuştur. Optimizasyon, bu problemlere optimal yaklaşımı esas alarak çözüme yönelik algoritmalar geliştirilmesini sağlamaktadır. Günümüzde, firmalar müşterilerine en az maliyetle dağıtım ağını oluşturacak merkezlerden hizmet vermeyi amaçlayan problemlerini çözmeye çalışmaktadırlar. Bu problemler içinde Araç Rotalama Problemleri (ARP) küreselleşen dünyada lojistik desteği sağlamak adına önemli bir yer tutmaktadır. Araç rotalama problemleri ile merkezi bir depodan farklı bölgelerde konumlanmış şubeler için bir araç filosu ile farklı rotalar bulmaya yönelik en az maliyetli, modeller, algoritmalar ve çözüm yöntemleri geliştirilmektedir. Zaman içinde yapılan araç rotalama çalışmaları deterministik ve stokastik yapıdaki problemlere en iyi çözümü bulmayı hedeflemektedir. Araç rotalama problemleri bilinen talepler, müşteriler, hizmet veya seyahat süreleri ile oluşturulan kısıtlarla problemi çözmeyi amaçlar. Stokastik araç rotalama problemlerinde (SARP) talepleri, müşterileri, seyahat veya hizmet sürelerini oluşturan parametreler rassal olarak bulunur ve SARP reel dünyadaki problemlere daha yakındır. Çalışmamızda ARP ve SARP problemlerinin matematiksel model yapıları belli başlıklar altında incelenmiştir. Stokastik rotalama problemlerinin çözüm zorluğu amaç fonksiyonundaki hesaplanabilirliğinin deterministik rotalama problemlerinden oldukça fazla işlem gerektirmesidir. Stokastik rotalama problemleri literatürde şans kısıtlı ve yardımcı eylemler olarak modellenmiştir, bu zor ve karmaşık rassal matematiksel modeller incelenmiştir. Ardından deterministik ve stokastik araç rotalama problemleri ve son zamanlarda yapılan çalışmalarda yeni gelişmeler incelenmiştir. Daha sonra ARP için literatürdeki kesin ve sezgisel çözüm yöntemleri incelenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Yöneylem Araştırması, Optimizasyon, Araç Rotalama, Stokastik Araç Rotalama, Kesin Çözüm Yöntemleri, Sezgisel Yöntemler.

## Giriş

İnsanoğlu herhangi bir problemin çözümü için iki veya daha fazla çözüm varsa haliyle bunların içinden en iyi olanı seçecektir. Ayrıca tabiattaki süreçlerin birçoğunun optimizasyon karakterli olması da çok ilginç bir durumdur. Optimal veya en iyi çözümü bulmak için minimum veya maksimum problemi çözmek gerekir (Azimli, 2011). Optimizasyon, belli kısıtlar altında istenilen amaca yönelik en iyi sonucu elde etmeyi amaçlayan matematiksel bir yaklaşımdır. Sözü edilen kısıtlar, sermaye, hammadde, zaman, donanım gibi kaynak kısıtlarıdır. Amaç kârın maksimum yapılması, maliyetin minimum yapılması, verimliliğin en yüksek seviyelerde olması gibi durumları içerir (Ağayeva vd., 2016:5).

Belirsizlik içeren gerçek hayattaki optimizasyon problemlerinde model parametrelerini doğru bir şekilde belirlemek oldukça zor bir durumdur. Stokastik optimizasyon bu tür belirsizlik altında karar verme problemlerinin çözümü ile ilgilenmektedir (Hillier & Lieberman, 1995:364-365). Belirsizliğin varlığını göz önüne almak için problem parametreleri rassal veya stokastik değişkenler olarak düşünülür (Werner, 2005: 4-5). Bu tür problemlerin çözümü için yaygın kullanılan temel yaklaşımlardan biri problemin yapısını önce stokastik olarak tanımlayıp belirsizlikle bağlı etkileri aradan kaldırmak için incelenen problem olasılıksal yapıdan deterministik bir yapıya dönüştürülerek, bilinen yöntemlerle çözümlenir (Taha, 2013: 713). Bazı durumlarda çözüm oldukça zor ve karmaşık olduğundan sezgisel ve metasezgisel yaklaşım metotları geliştirilmiştir (Shapiro vd., 2014:1). Uygulamada deterministik ve stokastik olmak üzere gezgin satıcı, tedarik zinciri ve araç rotalama gibi problemlerin çözümlerinde optimizasyon yöntemleri kullanılmaktadır. Literatürde araç rotalama problemleri üzerine yapılan çalışmalar, lojistik problemlerini en iyi şekilde tanımlayacak her türlü kısıtı göz önünde bulunduran ve literatürde NP-zor problemler olarak tanımlanmaktadır (Bramel vd., 1997:8-15). Araç rotalama problemlerinde temel amaçlar: toplam rota mesafesini, rota maliyetini, araçların bakım-onarım gibi maliyetlerini, araçların sayılarını ve rotaların sürelerini minimize etmektir (Alparslan, 2019: 1-2).

## 1. Klasik Rotalama Problemleri

Klasik rotalama problemleri, bir merkezden belli bir grup işyeri, şube, ev veya şehire uğrayarak tekrar ilk çıkış noktasına dönülmesi ile oluşan rota farklılıklarının bulunmasından oluşmaktadır. Literatürde arkların veya düğümlerin kullanılmasına göre incelenen dört yaygın rotalama problemleri aşağıda incelenmiştir.

Kırsal Postacı Problemi; kırsal bir bölgede mektup dağıtım prensibini esas alan bu problem, grafikte geçilmesine müsaade edilen arkları (yay) en az bir kez kullanarak en kısa rotanın hedeflenmesi esasına dayanır (Dişkaya, 2018: 47). Corberán vd. (2000:183-184)'ın çalışmalarında kırsal postacı problemini esas alan problemi çözmek için iki sezgisel yaklaşım sunmaktalar. Bazı akışların çözümüne ve eşleştirme problemlerine dayanan yaklaşık bir algoritma ve tabu arama algoritması sunarlar.

Çinli Postacı Probleminde (ÇPP) ise grafikte bulunan yayların hepsinin en az bir kez geçilerek grafiğin tamamının dolaşılması göz önünde bulundurulur. (Çomaklı Sökmen & Yılmaz 2020: 2520) ÇPP'yi seçilmiş başlangıç noktasından başlatılan sistemin, grafik üzerinde bulunan her bir yayın minimum bir kez geçilmesi koşuluyla en kısa turu amaçlamak şeklinde tanımlarlar. Problemi şans kısıtlı stokastik programlama ile çözerler. Kayacı Çodur ve Yılmaz (2020: 337-338) çalışmalarında, kenarlar arasındaki öncelik ilişkilerine uyarak toplam seyahat süresini en aza indirmeyi hedefleyen ve hiyerarşik ÇPP olarak tanımlanan zamana bağlı yeni bir yay problemi ortaya koymaktalar. Ele alınan problemde, var olan yay rotalama problemlerinden farklı olarak bir caddeden geçme süresi günün saatine bağlı olarak değişir. Problem, karma tamsayı doğrusal bir program olarak formüle edilmiş ve genetik algoritma ve hibrit simülasyon tavlama olarak iki yöntemle incelenmiştir.

Gezgin Satıcı Problemi, belirlenmiş bir şehirden başlamak sureti ile belli bir grup şehrin her birini ziyaret eden ve daha sonra ilk çıkış noktasına geri dönen bir satıcı için en kısa rotayı bulmak olarak tanımlanabilir. Dantzig vd. (1954:393)'de Amerika'da 48 eyaletin herbirinden bir şehir ve Washington olmak üzere toplam 49 şehirden oluşan belli bir turu gerçekleştiren ve en kısa yol mesafesine sahip olan rotayı belirlemişlerdir. Her bir çift şehir arasındaki seyahatin maliyeti ile birlikte bir dizi şehir göz önüne alındığında, gezgin satıcı problemi tüm şehirleri ziyaret etmenin ve başlangıç noktasına dönmenin optimal yolunu bulmaktır (Applegate vd., 2006:1). Şahin ve Karagül (2019: 106) yaptıkları çalışmada GSP'nin çözümü için akışkan genetik algoritma, en yakın komşu ve 2-Opt sezgisellerinden oluşan melez bir yöntem sunmuşlardır. Önerdikleri yöntemi literatürdeki Tabu Arama, Karınca Kolonisi optimizasyonu ve Ağaç Fizyolojisi optimizasyonu ile karşılaştırmışlardır.

Araç Rotalama Problemi; bir depodan veya bir firmanın merkezinden, şubelerine dağıtım yapacak bir araç filosu için en kısa mesafeli, en ucuz maliyetli yollar bulma ile ilgilenen bir optimizasyon problemidir.

Çalışmamızın amacını oluşturan ARP'nin, deterministik ve stokastik çeşitleri, çözüm yöntemleri ve yapılan çalışmalar üzerinde durulacaktır.

## 2. Araç Rotalama Problemi

Araç Rotalama Problemleri (ARP) bir grup müşterinin taleplerine en kısa mesafede en hızlı şekilde hizmet vermek için bir araç filosu için bir dizi rotalar oluşturmanın zorlukları ile ilgilenmektedir. ARP, belli bir müşteri grubuna mal ve hizmet veren homojen bir araç filosu için en uygun rota seti bulmayı amaçlayan kombinasyonel bir optimizasyon problemidir (Zhang vd., 2017:167-168). Dantzig ve Ramser, problemi 1959'da tanıttığından bu yana fazla bir süre geçti. Benzinlerin servis istasyonlarına teslim edilmesiyle ilgili gerçek dünya uygulamasını tarif ettiler ve ilk matematiksel programlama formülasyonunu ve algoritmik yaklaşımı önermişlerdir (Dantzig & Ramser 1959: 80). Birkaç yıl sonra, 1964'te Clarke ve Wright, Dantzig ve Ramser yaklaşımını

geliştiren etkili bir çözüm önermişlerdir. Merkezi depodan çeşitli teslimat noktalarına değişen kapasitelerde bir kamyon filosunun optimum yönlendirilmesi, teslimat noktalarının sayısı da büyükse, çok sayıda olası yoldan seçim yapılmasını gerektirir. Çalışmalarında, problemin belirli teorik yönlerini düşündükten sonra, optimum veya neredeyse optimum bir rotanın hızlı seçilmesini sağlayan yinelemeli bir prosedür geliştirmişlerdir (Clarke & Wright 1964: 568-567). Clarke ve Wright çalışmalarında ilk kez problem modeline birden fazla aracı dahil ettiler. Bu da ARP literatüründe ilk olarak kabul edilebilir (Eksioglu vd., 2009:1462). Bu yeni ufuklar açan iki makaleyi takiben, ARP'nin farklı versiyonlarının optimal ve yaklaşık çözümü için bilim insanları tarafından onlarca model ve algoritma önerilmiştir. Reel hayatta ARP'lerin çözümü için onlarca paket program bilim insanları tarafından kullanılmaktadır. Kulaç ve Çağıl (2019: 528-529) çalışmalarında bir fabrikadaki dağıtım işlemini araç rotalama problemi olarak değerlendirmişler ve problemi çözmek için Clarke ve Wright tasarruf algoritması ve kapasite kısıtlı ARP modelini LINGO yazılımını kullanarak rotalar belirlemişlerdir. Atmaca (2012: 12-13)'de yaptığı çalışmada kargo şirketi için aynı zamanlı dağıtım toplamalı ARP üzerinde çalışılmış ve model GAMS programı ile çözülmüştür. Kızıloğlu (2017) yüksek lisans tez çalışmasında STARP modeli için Tavlama Benzetimi algoritması için uygun parametreleri kullanarak C# programının yardımı ile bir uygulama yapmıştır. Dündar (2020)'in yaptığı çalışmasında PYTHON programını kullanarak ARP için rotalar geliştirilmiş ve daha birçok problem farklı yazılım programları ile çözümlenerek bilim dünyasına kazandırılmıştır.

ARP'ye olan bu ilgi hem pratik ilgi düzeyi hem de hatırı sayılır zorluğu ile motive edilmektedir. Her dağıtım ağı için müşterileri araçlara tahsis etmek, servis ve yönlendirme sırasını belirlemek, nakliye masraflarını en aza indirecek ve müşterilerin memnuniyetini en üst düzeye çıkaracak şekilde belirlemek zordur. Homojen bir araç filosu ile toplam seyahat maliyetlerini en aza indirmek için bilinen talepleri olan coğrafi olarak yayılmış müşterilere hizmet verecek şekilde optimum bir yönlendirme planı tasarlanmalıdır. Her rota bir depodan oluşturulur ve sonlandırılır ve her müşteri bir araç tarafından tam olarak bir kez ziyaret edilir (Baradaran vd., 2019:187-188). Günümüz araç rotalama problemleri değişen şartlar ve koşullara göre deterministik ve stokastik olarak problemlere çözüm aramaktadır. Aşağıda ARP için genel olarak kullanılacak bir matematiksel model incelenecektir.

## 2.1 Deterministik Araç Rotalamanın Matematiksel Modeli

Uzun yıllardan beri ARP üzerine çeşitli çalışmalar yapılmış, her türlü duruma uygulanacak optimum bir matematiksel model bulunamamıştır. Fakat bilim insanları matematiksel modellerin yetersiz kaldığı durumlarda optimal çözüme yaklaşmak için sezgisel ve metasezgisel metotlar kullanarak çeşitli algoritmalar geliştirmişlerdir (Şeker, 2007). Bu doğrultuda klasik ARP için bir matematiksel modeli tarif eden elemanları şöyle yazılabilir:

$G = (V, A)$  bir şebeke olsun. 1 düğümü depoyu geri kalanlar müşteri kümesini temsil etmek üzere  $V = \{1, \dots, n\}$  düğüm kümesidir ve  $A = \{(i, j): i, j \in V, i \neq j\}$  ark (yay) kümesini ifade eder. Kimi zaman depo  $n + 1$  ile de gösterilebilir. Negatif olmayan maliyet/uzaklık matrisi  $c_{ij}$  veya seyahat zaman matrisi  $t_{ij}$  her bir  $(i, j) \in A$  arki ile ilişkilendirilir. Genel olarak  $(i, i)$  arkına izin verilmez ve  $c_{ii} = +\infty$  değerini alır.  $\forall (i, j) \in A$  için  $c_{ij} = c_{ji}$  olduğunda problem simetrik ARP olarak aksi durumda asimetric ARP olarak isimlendirilir. Simetrik ARP yönsüz  $G = (V, A)$  şebekesi üzerinde tanımlıdır ve  $E = \{(i, j): i, j \in V, i < j\}$  bir kenar kümesidir. Birçok pratik uygulamada maliyet matrisi üçgen eşitsizliğini sağlamaktadır. Yani  $\forall i, j, p \in V$  için  $c_{ip} + c_{pj} \geq c_{ij}$  dir (Toth & Vigo, 2002). Ayrıca, depoda mevcut  $k$  adet aracın bulundurulduğu varsayılır ve  $k_1 \leq k \leq k_u$  sınır koşullarına sahiptir.  $k_1 = k_u$  olduğunda  $k$  nın sabit olduğu,  $k_1 = 1, k_u = n - 1$  olduğunda ise  $k$  nın serbest olduğu söylenir. Genellikle  $k$  sabit alınmadığında, araç kullanımını sabit bir  $f$  maliyeti

ile ilişkilendirmek mantıklıdır (Laporte, 1992: 345-346). Her müşteri negatif olmayan  $d_i$  talebine ve her bir araç  $C$  kapasitesine sahiptir (Cordeau vd., 2002:514-519)

Toth ve Vigo (2002)'ya göre klasik ARP minimum maliyetli  $k$  adet rotayı bulmayla ilgilidir; rotaların maliyetleri rotaların içerdiği arkların maliyetleri toplamı ile ifade edilir. ARP için aşağıdaki şartlar sağlanmalıdır:

- Her bir rota depoyu içermelidir.
- Her bir müşteri (düğüm) ( $i \in V \setminus \{1\}$ ) kesin olarak bir rota içerisinde ziyaret edilmelidir.
- Bir rota içerisinde ziyaret edilen düğümlerin talepleri toplamı rotayı kullanan aracın kapasitesi  $C$ 'yi geçmemelidir.

ARP için kurulacak modelde amaç ürün dağıtımını ( toplamı ) için müşteri noktalarından geçen minimum maliyetli rotaların kümesini bulmaktır. 0-1 değişkeni,  $x_{ij}^k$ , ( $i, j$ ) arki (yay) üzerinde  $i$  şehirden  $j$  şehrine  $k$  aracının sevkiyat yapıp yapmadığını gösterir.  $y_{ij}$  ( $i, j$ ) arki üzerinde araç seyahatlerinin olup olmadığını belirtir (Kurul, 2013). ARP için bir klasik matematiksel model Ahuja vd. (1993) çalışmalarında da gösterildiği gibi aşağıdaki şekilde belirtilebilir:

$$\text{Min} \sum_{1 \leq k \leq K} \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij}^k \quad (1)$$

$$\sum_{1 \leq k \leq K} x_{ij}^k = y_{ij} \quad \forall i, j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{ij} = 1 \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{1 \leq i \leq n} y_{ij} = 1 \quad j = 2, 3, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{1j} = K, \quad (5)$$

$$\sum_{1 \leq j \leq n} y_{i1} = K, \quad (6)$$

$$\sum_{2 \leq i \leq n} \sum_{1 \leq j \leq n} d_i x_{ij}^k \leq u, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (7)$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} y_{ij} \leq |Q| - 1, \quad \forall Q \subset \{2, 3, \dots, n\} \quad (8)$$

$$y_{ij} = 0 \text{ yada } 1 \quad \forall (i, j) \in A, \quad (9)$$

$$x_{ij}^k = 0 \text{ yada } 1 \quad \forall (i, j) \in A, \text{ ve } k = 1, 2, \dots, K \quad (10)$$

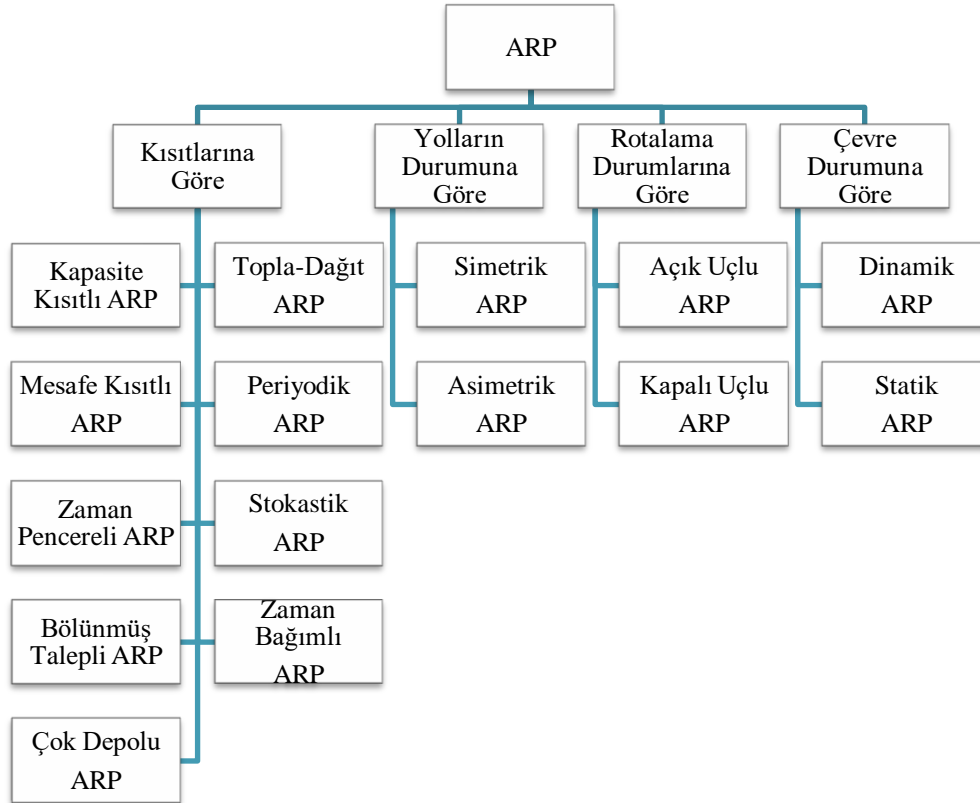
$A' = \{(i, j): y_{ij} = 1\}$  olarak tanımlansın. (1) amaç fonksiyonu araçların geçtiği tüm arkların mesafeleri toplamını göstermektedir. Her arktan sadece bir aracın geçmesini sağlamak için (2) kısıtı oluşturulmuştur. (3) ve (4) kısıtları ile  $V$  nin her bir düğümüne sadece bir giriş ve çıkış arkının kullanılması sağlanmaktadır. (5) ve (6) kısıtlarının oluşturulma sebebi  $\{1\}$  düğüm noktası

olan depoya giren ve çıkan araç sayısının belirlenmesidir. Kısıt (7) ile her bir araç kapasitesinin geçeceği düğümlerdeki taleplerin toplamına eşit olması veya toplamlarından büyük olması sağlanmaktadır. Kısıt (8) çözümün  $\{2,3, \dots, n\}$  düğümlerini kullanan hiçbir alt turu içermemesini sağlamaktadır (diğer bir ifadeyle bu düğümler herhangi bir alt tur içermez). Aksi takdirde  $A'$  arkları  $Q$  kümesine dahil olan bazı turlar içerecek ve çözüm (8) kısıtını ihlal edecektir. Çünkü (8) kısıtının sol tarafı en az  $|Q|$  olmalıdır. Bu sebeple (8) kısıtları alt tur kırma kısıtlarıdır. ARP'nin klasik matematiksel modeli yukarıdaki şekilde tartışıldıktan sonra artık ARP için gerçek hayat şartlarına göre oluşan problem çeşitleri incelenebilir.

## 2.2 Araç Rotalama Problem Çeşitleri

ARP, tedarik zincirinin en son aşaması olan ürünlerin dağıtım sırasında ortaya çıkan problemleri optimizasyon teknikleri ile modellemektedir. Optimal çözümü elde etmek için ele alınan yaklaşım ise problemin türüne göre uygun şartların oluşturulmasıdır (Keskintürk vd., 2015:77-78). Bu problemler kısıtlara, rotalama durumuna, yollara ve çevre durumuna göre sınıflandırılan ARP nin en yaygın çeşitleri olarak Tablo 1'de verilmiştir (Atasagun, 2015).

**Tablo 1:** Araç Rotalama Problemleri



Sonraki bölümde literatürde yaygın olarak çalışılan araç rotalama problemlerinin çeşitleri, modelleri ve problem üzerine yapılan çalışmalar incelenecektir.

### 2.2.1 Yolların Durumuna Göre

ARP de iki nokta arasındaki yol mesafesi gidiş ve geliş yönüne göre aynı olup olmadığına göre simetrik ve asimetrik olarak iki farklı şekilde incelenir. ARP'de genellikle bir noktadan diğer bir noktaya olan gidiş dönüş mesafesi birbirine eşit ise ( $d_{ij} = d_{ji}$ ) uygulamada böyle problemler simetrik ARP olarak tanımlanmaktadır (Ekizler, 2011). Bazı durumlarda x ve y noktaları için x

noktasından y noktasına gitmek için gerekli olan mesafe, y'den x noktasına olan mesafeye eşit olamayabilir. ( $d_{xy} \neq d_{yx}$ ) Bu tip ARP'de araçların ilk önce hangi müşteriye gidileceği önem kazanmaktadır; bu da rotanın dönüş yönünü belirleyerek rota mesafesinin hesaplanmasını belirlemektedir. Bu tip problemlerin çözümü için Asimetrik Yollu Araç Rotalama Problemleri etkin olarak kullanılmaktadır (Ekizler, 2011).

### 2.2.2 Rotalama Durumuna Göre

Problem kapalı uçlu araç rotalama ve açık uçlu araç rotalama problemleri olarak incelenir. Kapalı uçlu ARP'de oluşturulan rotaların tamamı aynı firmada ya da depodan başlayıp yine aynı firmanın bulunduğu coğrafi konumda sonlandırılmalıdır. Tek depolu problemlerde bunun sağlanması için oluşturulan modele aşağıdaki gibi bir kısıt eklenmelidir.

$$k \in \{1, \dots, M\} \text{ için } \sum_{j=1}^N X_{0jk} = \sum_{i=1}^N X_{i0k} \leq 1$$

0 nolu nokta depoyu temsil ettiği için bu noktadan çıkan aracın mutlaka bu depoya dönmesi, denklemde aynı araç için bu depo ile başlayan ve bu depo ile biten  $X$  karar değişkenlerinin değeri birbirine eşitlenerek sağlanmaktadır. Literatürde yapılan çalışmalar çoğunlukla kapalı uçlu ARP olarak yapılmaktadır (Ekizler, 2011). Uygulamada, firmaların şubelerine veya müşterilerine gönderdikleri araçların tekrar depoya dönmelerini istemeleri, bilim insanları için daha fazla araştırmaya değer bulunmuştur.

Açık uçlu araç rotalama problemlerinde, bir araç rotasında en son müşteriye servis yaptıktan sonra tekrar depoya dönmez. Yani, rotalar depo ile başlar, talep noktası ile son bulur. Bu problemde rotaların kesin bir müşteride sonlanması için modele aşağıdaki gibi bir kısıt eklenmelidir.

$$k \in \{1, \dots, M\} \text{ için } \sum_{j=1}^N X_{0jk} + \sum_{i=1}^N X_{i0k} = 1$$

Bu kısıtta bir aracın 0 nolu depo ile başlayan veya biten ilgili  $X$  değişkenlerinden sadece bir tanesi 1 değerini alabilir, böylece aracın sadece depodan çıkması ve tekrar depoya dönmemesi sağlanmış olur (Ekizler, 2011).

Li vd. (2007:99) çalışmalarında tartıştıkları açık uçlu ARP'de tabu arama, deterministik tavlama ve büyük komşuluk algoritmalarını başarı ile uygulamışlardır.

### 2.2.3 Çevre Durumuna Göre

Çevre durumlarına göre ARP statik ve dinamik olmak üzere iki gruba ayrılabilir. Statik ARP, n tane müşteriye bir depodan hizmet verildiği tüm müşteri bilgilerinin bilindiği durumda araç filosunun müşteri kümesini zaman ve uzaklık olarak minimum maliyetle dolaşarak rotalanmasıdır (Montemanni vd., 2003:27). Statik ARP'de rotaların planlanmasıyla ilgili tüm bilgilerin, rota belirleme süreci başlamadan önce planlayıcı tarafından bilindiği varsayılır. Güzergâhlar oluşturulduktan sonra güzergâhla ilgili bilgiler değişmez (Larsen, 2000).

Dinamik ARP'de amaçlanan bir müşteri kümesinden gelen yeni taleplerin hızlı ve etkin bir şekilde karşılanmasını sağlamaktır. Müşterilerden gelen talepler anlık gerçek bilgiler yardımı veya senaryolar yardımıyla tespit edilerek minimum sürede, rotada bulunan araçlar tarafından karşılanmaya çalışılır (Aydoğdu, 2017). Güzergâh planlaması ile ilgili tüm bilgiler, güzergâh belirleme süreci başladığında planlayıcı tarafından bilinmemektedir. İlk yollar kurulduktan sonra bilgiler değişebilir (Larsen, 2000).

### 2.2.4 Kısıtlara Göre

Araç rotalama problemlerinin yapısını belirleyen duruma göre çözüm bulmak için çeşitli kısıtlar gereklidir. Bu kısıtların farklılığına göre en çok rastlanan problem türleri oluşmuştur. Kapasite kısıtlı ARP (KARP)  $n$  tane müşterinin taleplerini ( $d$ ) karşılayacak  $k$  adet araç ile tanımlanmaktadır. Müşterilerinin taleplerini karşılayacak  $k$  adet araç mevcuttur ve her bir araç ziyaret edeceği müşterilerinin taleplerinin toplamı araç kapasitesini ( $C$ ) aşmamalıdır (Kumar & Panneerselvam, 2012: 67-69). Bu problemde önemsenmesi gereken asıl nokta, bütün araçların rotalarına depodan başlaması ve araçların tekrar depoya geri dönmesidir (Keskintürk vd., 2015:81). KARP'de matematiksel modele aşağıdaki gibi bir kısıt eklenmelidir.

$$\sum_{i=1}^N q_i \sum_{j=0, j \neq i}^N X_{ijk} \leq C$$

Denklem araçlara yüklemelerin araç kapasite değeri  $C$ 'yi geçmemesini belirtmektedir (Şeker, 2007). Pala ve Aksaraylı (2018: 37) çalışmalarında ulaştırma sektöründe oteller ve hava limanı arasında belli kapasiteye sahip servislerin yolcu taşıma sürelerini minimize etmek hedeflenmiştir. Problemin çözümünde sezgisel çözüm olan karınca kolonisi optimizasyon algoritması kullanılmışlar.

Mesafe kısıtlı ARP'de önceden belirlenmiş rotalara yönlendirilen her aracın ulaşacağı maximum mesafe kısıtı bulunmaktadır. Bu kısıt sadece araçların devamlı olarak belirlenen süreden fazla seyahat yapmaması ya da herhangi bir sorundan dolayı gecikmemesi durumunda eklenmelidir. Aşağıdaki denklem ile modele eklenecek kısıt aracın alabileceği maximum mesafe gösterilmektedir.

T: araçların alabileceği maksimum mesafe kısıtı olmak üzere,

$$\sum_{i=0} \sum_{j=0} c_{ijk} X_{ijk} \leq T$$

ARP'nin Topla-Dağıt versiyonu, dağıtım yapılan ve toplanacak ürünlerin aynı araçlara yüklenerek kullanılan araç sayısının ve toplam mesafenin minimize edildiği problemidir (Cömert vd., 2019). Bir rotaya her iki müşteri tipinden de atanabilmektedir, fakat önce ürün dağıtım yapılacak olan müşterilere uğranacaktır, daha sonra toplama işlemi yapılacaktır. Dağıtımın ve toplamanın rastgele yapılması durumunda aracın yükleme yapılan tarafının yeniden düzenlenmesi ekonomik ve uygun değildir. Topla ve dağıtım ile ARP'de, birden fazla terminale dayanan heterojen bir araç filosu bir dizi taşıma talebini karşılamalıdır. Her talep bir alım noktası buna karşılık gelen bir teslimat noktası ve bu konumlar arasında taşınacak bir talep ile tanımlanır. Amaç fonksiyonları genellikle sistem maliyetlerini en aza indirir. Aşağıdaki kısıtların varlığı, her bir talebin (yani, topla ve dağıtım düğümleri) tam olarak bir kez ve aynı araç tarafından sunulmasını gerektirir (Toth & Vigo, 2002).

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N_k \cup \{d(k)\}} x_{ijk} = 1 \quad \forall i \in P,$$

$$\sum_{j \in N_k} x_{ijk} - \sum_{j \in N_k} x_{j,n+i,k} = 0 \quad \forall k \in K, i \in P_k,$$

Zaman pencereli ARP (ZPARP), iyi bilinen bir ARP'nin geliştirilmesidir. Birçok reel dünya uygulamasında sıklıkla ortaya çıkan birleşik araç rotalama ve çizelgeleme problemi olarak değerlendirilir. Bir dizi müşteriye hizmet vermek için birkaç duraklama yapması gereken bir araç filosunun kullanımını optimize etmek için hizmet süresi ve araç kapasitesine bağlı olarak her bir

araç tarafından hangi müşterilere ve hangi sırayla maliyeti en aza indireceklerine karar vermek gerekir.  $G = (V, E)$  her birine yalnızca belirtilen zaman aralığı veya zaman penceresi, içinde erişilebilen  $n + 1$  düğüm kümesinden oluşan bir digraf ve  $E$  de seyahat mesafelerini ve ilgili seyahat sürelerini temsil eden negatif olmayan ağırlığa sahip yaylar olsun. Düğümlerden biri depo olarak tanımlansın, depo dışındaki her  $i$  düğümü,  $q_i$  boyutunda bir hizmet ister. ZPARP, hem sezgisel hem de kesin optimizasyon yaklaşımları için yoğun araştırma çabalarının konusu olmuştur. Bu problem için aşağıdaki kısıt kümesi zaman çizelgesinin fizibilitesini sağlar (Yeun vd., 2008:208).

$$\begin{aligned} t_i^r + S_i + t_{ij} - M(1 - x_{ij}^r) &\leq t_j^r, \quad (i, j) \in A^+, \quad r \in K, \\ a_i y_i^r &\leq t_i^r \leq b_i y_i^r, \quad i \in N, r \in K \\ t_0^1 &\geq \sigma^1 \\ t_{n+1}^r + \sigma^{n+1} &\leq t_0^{r+1}, \quad r = 1, \dots, k - 1 \end{aligned}$$

Zaman ile yarış, zamanında belli bölgelere ulaşması gereken durumlar vardır. Böyle bir durumu Küçük ve Çavdur (2019: 127) çalışmalarında bir afet sonrasında afet müdahale tesislerinden afetzedelere en kısa sürede ihtiyaç malzemesi dağıtımının yapılmasını amaçlamaktadır. Problemin çözümü için iki aşamalı stokastik programlama modeli sonuçlarını kullanmışlardır.

Periyodik araç rotalama problemi, rekabet ortamında birkaç distribütör rekabet halindedir ve diğer rakiplerin satış miktarını etkilemesinden daha önce müşterilere ulaşır. Temel hedefler, seyahat maliyetini en aza indirmek ve diğer rakip distribütörlerden önce müşterilere hizmet etmek için satışı en üst düzeye çıkarmaktır. Norouzi vd. (2015:162)'nin çalışmalarında periyodik araç rotalama probleminin etkinliğini ölçmek için geliştirilmiş bir parçacık sürü optimizasyonu algoritması önermiş ve doğruluk açısından orijinal bir algoritma ile karşılaştırmışlardır.

Bölünmüş talepli araç rotalama problemi, bir talep noktasına teslimatın iki veya daha fazla araç arasında bölünmesine izin verilmesi olarak adlandırılır. Çoğu durumda, bölünmüş teslimatlara izin verilmesi, hem kat edilen toplam mesafede hem de ilgili KARP çözümüyle karşılaştırılan gerekli araç sayısında önemli tasarruflar sağlar. Talep noktasının  $i$  talebi, bir veya daha fazla araç tarafından sağlanır. Tüm araç rotaları depoda başlar ve biter. Herhangi bir aracın hizmet verdiği toplam talep kapasitesini aşmaz (Jin vd., 2008:265).

Lee vd. (2006:265) yaptıkları çalışma aynı kapasiteye sahip bir kamyon filosunu, birden çok tedarikçiyi ve tek bir montaj fabrikasını içerir. Filo, parçaların tedarikçilerden montaj fabrikasına taşınmasından sorumludur. Problem, her bir kamyon için her tedarikçiden kaç parçanın alınıp daha sonra montaj fabrikasına taşınacağını belirlemektedir. Amaç, filo için toplam nakliye maliyetini en aza indirmektir.

Zaman Bağımlı Araç Rotalama Problemi şubeler arası ulaşım sürelerinin gün içinde değiştiği turu ele alır. Planlama dönemlerinin zaman aralıklarına ayrılması ve bu zaman aralıklarında her bir yol için sabit bir hızın belirlenmesi durumu söz konusudur. Bir şubeden çıkan araç kalkış zamanına ve gideceği yola bağlı olarak sabit bir hız ile bir sonraki şubeye seyahat etmektedir. Eğer seyahat süresince sıradaki noktaya bir sonraki zaman diliminde geçiş olursa araç mevcut zaman dilimi için belirlenmiş hız ile yoluna devam edecektir.

Atasagun ve Karaoğlu (2019: 1743) çalışmalarında problemi çözmek için bir matematiksel model önermişler; önerilen modelde ilk giren ilk çıkar şartını sağlayan doğrusal bir yapıya sahip zamana bağlı hız fonksiyonunu kullanmışlardır.

Çok depolu araç rotalama problem tipinde bir deponun yerine iki veya daha fazla depo vardır. Bütün depolarda sınırlı sayıda araç mevcut ve her aracın başladığı depoya geri dönmesi gerekir. Her müşteri bir kez ve sadece bir araç ile ziyaret edilir. Bütün araçlar homojendir. Amaç, araç sayısı ve gidilen mesafeye ilişkin toplam maliyeti minimize edecek şekilde en uygun rotalara karar verebilmektir. Aşağıdaki kısıta göre her aracın başladığı noktaya tekrar dönmesi gerektiği gösterilmektedir (Keskintürk vd., 2015:83).

$$\sum_{j \in A} k_{ij} = \sum_{j \in A} k_{ji} \leq 1 \quad \forall k \in K$$

### 3. Stokastik Araç Rotalama Problemi (SARP)

Stokastik Araç Rotalama Problemi, oluşturulan rotalama probleminin bazı veya tüm parametrelerinin rastgele olduğu durumlara çözüm arar. Yaygın problemler, talepler, seyahat süreleri, müşteriler ve hizmet sürelerinin rassal olduğu durumlarda modellenmektedir. Bu tür durumlar genellikle gerçek hayatta parametrelerin kesin olarak belirlenmesinin çok zor olduğu problemlerde görülür. Stokastik ARP'nin temelindeki düşünce, problemin olasılıklı yapısını eşdeğeri olan deterministik duruma dönüştürmektir. Stokastik araç rotalama problemleri şans kısıtlı stokastik programlama ve yardımcı eylemli (rücu) stokastik programlama olarak iki şekilde modellenmektedir (Gendreau vd., 1996:3-4).

#### 3.1 Stokastik Talepli (STARP)

STARP, müşteri taleplerinin tam olarak bilinmediği ve taleplerin sadece araç müşteriye ulaştığında tam olarak bilindiği araç rotalama problemidir (Gültepe, 2011). STARP ile yapılan çalışmaların çoğunda modelleme olarak şans katsayılı programlama ve yardımcı eylemli stokastik programlama yaklaşımları kullanılmıştır (Desticioğlu & Özyörük, 2019).

#### Stokastik Talepli ARP İçin Şans Kısıtlı Matematiksel Programlama Modeli

Bir matematiksel programlama probleminin bir veya birden fazla parametresi rastgele değişken olduğu zaman problem stokastik programlama problemi şeklinde adlandırılır. Şans kısıtlı stokastik programlama deterministik bir kısıt kümesinin şans kısıtlı kümeyle yer değiştirmesidir.

STARP için şans kısıtlı modelin kapalı şekli (Baykoç & Isleyen, 2007: 33).

$$\text{Min} \quad \sum_k \sum_{i,j} c_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

$$P \left[ \sum_{i,j} d_i x_{ijk} \leq q \right] \geq 1 - \alpha, \quad k = 1, \dots, K \quad (2)$$

$$x = [x_{ijk}] \in S_k \quad (3)$$

Burada,

$c_{ij}$  : i düğümünden j düğümüne kadar olan uzaklık

$x_{ijk} = 1$  eğer k aracı i'den j'ye gidiyorsa, 0 diğer durum

$K$  = mevcut araç sayısı

$S_k$  = K-gezgin satıcı probleminin tüm mümkün çözüm kümeleri

$d_i$  = i müşterisinin talebini temsil eden rassal değişken

$\alpha$  = rota kırılması için izin verilen maksimum kırılma olasılığı

$q$  = araç kapasitesi

### STARP İçin Yardımcı Eylemli (Rücu) Stokastik Talepli Model:

STARP'de, her müşterinin gerçek talebinin ancak müşterilere vardığında gözlenebileceğini varsaymak yaygındır. Bu nedenle, talep araçta kalan kapasiteyi aştığında müşteri için planlı bir rota başarısız olabilir, bu olaya rota hatası denir. Bir rota hatası meydana geldikten sonra hataları önlemek ve hizmeti tamamlamak için yardımcı eylemler (başvuru eylemi) olarak adlandırılan ekstra kararlar alınmalı ve başvuru eylemi masrafları olarak adlandırılan ilgili seyahat masrafları yapılmalıdır. STARP'deki amaç, rotalama maliyetleri ve başvuru masraflarından oluşan toplam sürüş mesafesini en aza indirmektir.

Stokastik talepleri olan çok bölmeli ARP'de her müşterinin bilinen bir olasılık dağılımını takip eden farklı ürünler için stokastik bir talebi vardır. Bu tür ürünlerin araçlardaki bağımsız bölmelerde taşınması gerekir. Yardımcı eylemli (rücu) işleminde, araçtaki herhangi bir bölmenin kapasitesine ulaşıldığında araç yeniden planlama için depoya döner. Yardımcı eylemli (rücu) stokastik talepli programlamada rota başarısızlığında rota kırılmaları meydana gelir yeniden planlama için araç tekrar depoya döner. Yardımcı eylemli (rücu) için bir matematiksel modeli Toth ve Vigo (2014)'nun çalışmasında belirtildiği gibi aşağıda verilmiştir:

$G(V, E)$  tam yönsüz bir grafik,  $V = \{v_1, \dots, v_n\}$

$E = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i < j\}$

$v_1$  m özdeş aracın bulunduğu depo

$D$  her bir aracın kapasitesi

$\xi_i$  i. müşterinin stokastik talepleri

$c_{ij}$  seyahat maliyeti

$$\text{minimize}_x \sum_{i < j} c_{ij} x_{ij} + Q(x) \quad (1)$$

$$\text{subject to} \sum_{j=2}^n x_{1j} = 2m \quad (2)$$

$$\sum_{i < k} x_{ik} + \sum_{k < j} x_{kj} = 2, \quad k = 2, \dots, n \quad (3)$$

$$\sum_{v_i, v_j \in S} x_{ij} \leq |S| - \left\lfloor \frac{\sum_{v_i \in S} \mathbb{E}(\xi_i)}{D} \right\rfloor, \quad (S \subset V \setminus \{v_1\}; 2 \leq |S| \leq n - 2) \quad (4)$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad 2 \leq i < j < n \quad (5)$$

$$0 \leq x_{1j} \leq 2, \quad j = 2, \dots, n \quad (6)$$

$$x = (x_{ij}), \quad \text{tamsayı} \quad (7)$$

Burada;

$$Q(x) = \sum_{k=1}^m \min\{Q^{k,1}, Q^{k,2}\} \quad (8)$$

Modelde ele alınan kısıtlar: (1) amaç fonksiyonu birinci aşama rotaların maliyeti ikinci aşama rücu maliyeti en aza indirir. (2) ve (3) kısıtları her müşterinin tam olarak bir kez ziyaret edilmesini ve her rotanın depoda başlayıp tekrar depoda bitmesini sağlar. (4) Kısıtı alt turları ortadan kaldırır ve her bir rotanın toplam beklenen talebinin D den daha az veya eşit olmasını sağlar. (5), (6) ve (7) nolu kısıtlar karar değişkenlerinin alanlarını tanımlar. Denklem (8), yönlendirilmemiş bir birinci aşama çözümü verildiğinde, her bir güzergâhın beklenen başvuru maliyetinin her yön için hesaplandığını ve en ucuz yönün seçildiğini ifade eder. Aşağıda çeşitli zamanlarda STARP üzerine bilim insanlarının yapmış oldukları çalışmalar belirtilmiştir.

Baykoç ve Isleyen (2007: 31) STARP çalışmalarında, müşteri taleplerinin rassal olduğu ve rassallığın normal dağılımdan geldiğini varsayarak şans kısıtlı model ile örnek bir problemi test etmişlerdir.

Mendoza vd. (2010:1886) yapmış oldukları çalışmada yardımcı eylemli (rücu) ile stokastik bir programlama olarak modellenmiş ve bir memetik algoritma ile çözümü sağlamışlardır.

Marinakis vd. (2013:1963) çalışmalarında STARP Parçacık Sürüsü Optimizasyonuna (PSO) dayalı yeni bir karma algoritmik yaklaşım sunulmuştur. PSO'nun bir dizi farklı varyantı test edilmiş ve PSO'yu daha iyi performans gösteren literatürdeki kıyaslama örneklerini çözmek için kullanmışlardır.

Dror (2002: 625) STARP için farklı yardımcı eylemler içeren stokastik programlama modelleri geliştirmiştir. Sabit kapasiteli araçta, müşteri talebinin karşılanamaması durumunda rota kırılması oluştuğunu varsaymış ve aracın depoya geri dönüş yardımcı eylemiyle problemin matematiksel modelini oluşturmuştur. Amaç fonksiyonunu, verilen müşteri kümesinin talebini karşılamak için katlanılan maliyetin ve araç filosu maliyetinin minimize edilmesi şeklinde tanımlamıştır.

Salavati-Khoshghalb vd. (2019:175) uygulamada gözlenebilecek sabit operasyonel kuralları daha iyi yansıtan, ayrıca yardımcı eylemlerin uygulanmasını mümkün hale getiren politikalar önermişlerdir. Çalışmalarında, dikkate alınan operasyonel kuralları tanımlamışlar ve planlanan bir rotada, bu operasyonel kuralların kurtarma eylemlerini yönetmek için sabit bir alt sınır temelli politika kullanılarak nasıl uygulanabileceğini göstermişlerdir. Dikkate alınan politikalar altında STARP'yi çözmek için kesin bir çözüm algoritması geliştirmişlerdir. Son olarak çalışmalarında, önerilen politikaları kullanırken klasik başvuru tanımı altında problemi çözmeye karşılaştırıldığında önemli ölçüde daha iyi çözümlerin elde edilebileceğini gösteren kapsamlı bir hesaplama çalışması yapmışlardır.

Marković vd. (2020:107) çalışmalarında problemi tanıtarak STARP'nin kombinatoriyal bir optimizasyon problem olduğundan söz etmişlerdir. STARP, tüm müşterileri bir depoya bağlamak için araç güzergâhlarını arar, böylece toplam mesafe en aza indirilir, her müşteri bir araç tarafından bir kez ziyaret edilir, her rota bir depoda başlar ve biter, her aracın seyahat mesafesi ve kapasitesi verilen maksimum değerden az veya bu değere eşittir. Klasik ARP'nin aksine, STARP'de bir düğümdeki talep ancak bir araç düğüme ulaştıktan sonra bilinir. Bu, araç rotalarının belirsiz koşullarda tasarlandığı anlamına gelir. STARP'nin çözümü için sezgisel ve metasezgisel bir yaklaşım sunmakta ve Nis Şehrindeki belediye atık toplama problemini tartışmaktadırlar.

Salavati-Khoshghalb vd. (2019:175) çalışmalarında çoklu STARP'yi optimum stok politikası altında çözmek için kesin bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Tamsayı L-şeklindeki bir algoritmayı, STARP'yi dallanma ve kesim çerçevesinde çözmek için uyarlamışlardır. Sunulan algoritmanın verimliliğini artırmak ve beklenen başvuru maliyetine yaklaşmak için birkaç alt sınırlama şeması geliştirmişlerdir.

### 3.2 Stokastik Müşterili (SMARP)

Stokastik Müşterili Araç Rotalama Problemi (SMARP), müşterilerin belirli bir olasılıkla mevcut bulunduğunu düşünmektedir. Geleneksel olarak, SMARP iki aşamalı stokastik programlama problemi olarak modellenmiştir. İlk aşama ARP kısıtlamalarına uyan rotaların belirlenmesinden oluşur. Mevcut ve bulunmayan müşterilerin gerçekleşmesi göz önüne alındığında, ikinci aşamadaki çözüm ilk aşamada belirlenen güzergâhları takip ederken, bulunmayan müşterileri atlamaktır. Aksi belirtilmedikçe, problem deterministik talep olarak farz edilir (Toth & Vigo, 2014). Stokastik Müşterili Araç Rotalama Problemi (SMARP), çözümün beklenen maliyetini en aza indirmek amacıyla stokastik müşterilerle bir araç rotalama problemi için bölgelerin tasarlanmasından oluşur. Problem yönlendirilmemiş  $G = (V, E)$  grafiği üzerinde tanımlanır, burada  $V = \{v_0, \bar{V}, \check{V}\}$  köşe kümesi ve  $E = \{(v_i, v_j): v_i, v_j \in V, i < j\}$  kenar kümesidir.  $v_0$  köşesi birkaç özdeş araca sahip depodur.  $\bar{V}$  deterministik müşteriler kümesidir ve  $\check{V}$  çözümdeki konumları ve varlıkları belirsiz olan bir stokastik müşteriler kümesidir. SMARP iki aşamalı stokastik programlama olarak modellenebilir. Birinci aşam  $\bar{V}$ 'nin  $m$  bölgeye ayrılması ve  $V_1, \dots, V_m$ , her biri tek bir araç rotasına karşılık gelir. Uygulanabilir bir bölge planı  $x = \{V_1, \dots, V_m\}$  aşağıdaki koşulları sağlamalıdır (Lei vd., 2012:100-101).

$$v_0 \in V_k (k = 1, \dots, m);$$

$$\{V_1 \setminus \{v_0\}, \dots, V_m \setminus \{v_0\}\} \bar{V}'\text{'nin bir bölümüdür.}$$

Bölge planı, bölgenin bitişik bölgelere bölünmesini sağlamalıdır.

İlk aşama çözüm hesaplandıktan sonra, stokastik müşterilerin  $\check{V}$  kümeleri ortaya çıkar ve ikinci aşama çözümde  $\{v_0\} \cup \bar{V}_k \cup \check{V}_k$  üzerindeki bir araç rotasının maliyeti her  $k$  bölgesi için hesaplanır, burada  $\bar{V}_k = V_k \setminus \{v_0\}$ .  $k$  bölgesinin  $W_k$  iş yükü  $\bar{V}_k \cup \check{V}_k$  üzerinden bir optimal seyyar satıcı problemi turunun beklenen uzunluğu artı  $v_0$  ile  $v_0$ 'a en yakın  $\bar{V}_k$ 'nin tepe noktası arasındaki seyahat süresinin iki katı olarak tahmin edilir.

Bazı durumlarda araç görevlisi hangi müşterilerin servise ihtiyaç duyacağını ve hangilerinin olmayacağını önceden bilemez. Olası bir strateji tüm müşterileri rotalamak ve servis gerektiren müşterilerin listesi öğrenildiğinde çözümü onarmaktır. Bu durum, müşterilerin bir hizmet için önceden rezervasyon yapması gerektiğinde ortaya çıkabilir, ancak kısa sürede iptal edilebilir (Sörensen & Sevaux, 2009: 387-384).

Joe ve Lau (2020: 394) çalışmalarında rotaya dayalı bir Markov Karar Süreci olarak zaman pencereleri ve hem bilinen hem de stokastik müşterilerle dinamik bir araç rotalama probleminin formülasyonunu önermektedirler.

### 3.3 Stokastik Hizmet (Servis) Süreli ARP (SHSARP)

Bazı hizmet türlerinde, seyahat süresinin değişkenliği, hizmet süresine kıyasla küçük kabul edilir. Bu nedenle, seyahat süresi belirleyici bir parametre olarak düşünülebilir ve problem stokastik hizmet süresine göre verilir. Araç sayısı ve kapasitelerinin sınırsız olduğu düşünülmekte ve her müşteriyle stokastik bir hizmet süresi ilişkilendirilmektedir. Rota süresi belirli bir değeri aşarsa fazla mesai maliyeti vardır. Seyahat maliyeti, beklenen hizmet ve fazla mesai maliyetinin toplamı en aza indirilir. Hizmet süresinin sürekli olasılık dağılımını izlediği varsayılır. Test sırasında, örneklerde servis sürelerinin normal olarak dağıtıldığı varsayılır (Oyola vd., 2018:193-194).

Bu bölüm içinde SHSARP'in matematiksel formülü aşağıdaki gibidir.

$K$  araç kümesi;

$D_k$   $k$  aracın kapasitesi;

$d_i$   $v_i$  köşelerinin(müşteri) talepleri;

$c_{ijk}$   $r_k$  rotası üzerindeki  $(v_i, v_j)$  kenarın seyahat masrafı;

$\xi$  stokastik servis zamanı gerçekleştirimin vektörü;

$t_{ik}^\xi$   $\xi$  hizmet süresinin gerçekleşmesi halinde  $r_k$  yolundaki  $v_i$  köşesindeki servis süresi (ve maliyeti);

$t_k^\xi$   $\xi$  hizmet süresinin gerçekleştirilmesinde  $r_k$  güzergahında toplam kullanılan süre;

$L_k$  cezasız  $r_k$  yolunun maksimum izin verilen süre;

$\alpha_k$   $L_k$  ötesinde  $r_k$  yolunda fazla mesai için birim ceza maliyeti;

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{eğer } (v_i, v_j) \text{ kenarı } r_k \text{ üzerinde ise} \\ 0 & \text{diğer durumlar} \end{cases}$$

$$x = x_{ijk};$$

$Q(x)$   $x$  çözümünün toplam beklenen başvuru maliyeti.

SHSARP başvuru bir stokastik programlama problemi olarak kullanılabilir. Her bir tepe noktasındaki stokastik servis süresinin dağılımının bilindiğini, tüm araçların birim hızda gittiğini ve seyahat sürelerinin mesafelere ve seyahat maliyetlerine eşit olduğunu varsayılır.

Problem şu şekilde modellenmiştir (Lei vd., 2012:101-102).

$$F(x): \text{ minimize } \sum_{k \in K} \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} c_{ijk} x_{ijk} + E \left[ \sum_{k \in K} \sum_{v_i \in V} t_{ik}^\xi \right] + Q(x) \quad (1)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{v_i \in V} x_{ijk} = 1 \quad (v_i \in V) \quad (2)$$

$$\sum_{v_i \in V} x_{ijk} - \sum_{v_i \in V} x_{jik} = 0 \quad (v_i \in V, k \in K) \quad (3)$$

$$\sum_{v_j \in V} x_{0jk} - \sum_{v_i \in V} x_{i0k} = 1 \quad (k \in K), \quad (4)$$

$$\sum_{v_i \in V} d_i \sum_{v_j \in V} x_{ijk} \leq D_k \quad (k \in K), \quad (5)$$

$$Q(x) = E \left[ \sum_{k \in K} \alpha_k \max \{0, t_k^\xi - L_k\} \right], \quad (6)$$

$$t_k^\xi = \sum_{v_i \in V} \sum_{v_j \in V} c_{ijk} x_{ijk} + \sum_{v_i \in V} t_{ik}^\xi, \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad (v_i \in V, v_j \in V, k \in K). \quad (8)$$

Amaç fonksiyonu, seyahat maliyeti, beklenen hizmet maliyeti ve beklenen başvuru maliyetinin toplamını en aza indirir. Kısıtlamalar (2–3), her bir tepe noktasının tek bir araç tarafından tam olarak bir kez ziyaret edilmesini sağlar. Kısıt (4), kullanılan her güzergahın depoda başlayıp bittiği anlamına gelir. Kısıt (5) araç kapasitesi kısıtlamalarıdır. Formüller (6–7), normal

rota sürelerinin ihlal edilmesi durumunda, ekstra süreler için cezaların uygulanacağı beklenen çözüm maliyetinin hesaplanmasını sağlar.

Stokastik hizmet süreli araç rotalama problemi üzerine yapılan çalışmalardan bazıları aşağıda verilmiştir:

Li vd. (2010:137) çalışmalarında, hizmet sürelerinin stokastik olduğu stokastik araç rotalama problemlerinin bir versiyonunu incelemişlerdir ve her müşteriyle bir zaman aralığı kısıtlamasını ilişkilendirmişlerdir. Bu problem aslında farklı optimizasyon kriterleri açısından şansa bağlı bir programlama modeli ve yardımcı eylemlerle stokastik bir programlama modeli olarak formüle edilmiştir. Bu iki modeli etkili bir şekilde çözmek için bu problemin stokastik doğasını dikkate alan tabu aramasına dayanan bir sezgisel yöntem önerilmektedirler.

Errico vd. (2018:223-224) çalışmalarında hizmet süreleri rastgele değişkenler olan bir dizi araç rotası göz önüne alındığında, problemi modellemek için şans kısıtlı bir program ve araç rotaları kümesinin minimum başarı olasılığı üzerinde bir kısıtlama içeren yeni bir küme bölümlenme formülasyonunu sağlamak için şansa bağlı bir program yapmışlardır. Bazı koşullar altında rotaların başarı olasılığını tam olarak hesaplamak için bir yöntem geliştirmişlerdir.

### 3.3 Stokastik Seyahat Süreleri ARP (SSSARP)

Klasik ARP'de, seyahat sürelerinin deterministik olduğu varsayılır ve genellikle uzaklık ile doğrusal olarak ilişkili olduğu varsayılır. Bu nedenle, seyahat süresi maliyeti genellikle mesafe olarak adlandırılır. Bununla birlikte birçok gerçek yaşam uygulamasında, seyahat sürelerinde büyük ölçüde değişkenlik gözlenir ve dolayısıyla statik deterministik seyahat süreleri, gerçek seyahat süresinin doğru bir tahminini temsil etmez (Sörensen & Sevaux, 2009: 387).

$$\max_x \left\{ \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in N} x_{ijk} t_{ij} + E[Q(x, \epsilon)] \right\}$$

Yukarıda stokastik araç rotalama problemi için verilen amaç fonksiyonunun birinci aşaması toplam maliyeti en aza indirmek, amaç fonksiyonunun ikinci aşaması stokastik seyahat sürelerine sahip modeli oluşturmaktadır. Her bir yay  $x_{ij}$ ,  $i \in N$ ,  $j \in N \setminus i$ , sabit bir  $d_{ij}$  mesafesiyle stokastik bir  $t_{ij}$ 'e sahiptir. Bu modelin ikinci kısmını oluşturan kısıtlar aşağıdaki gibidir (Zhou vd., 2019:159015):

$$Q(x, \epsilon) = \sum_{i \in N} 2t_{0i} \alpha_i + \sum_{k \in K} \max\{r_k - T, 0\} \quad (1)$$

$$\tau_{jk} \geq (z_{ik} + t_{ij}) x_{ijk}, \quad \forall i, j \in N, k \in K \quad (2)$$

$$\alpha_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer } z_{ik} - l_i > 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3)$$

$$r_k = \sum_{i \in r_k} \sum_{j \in r_k} x_{ijk} x_{ijk}, \quad \forall k \in K \quad (4)$$

$$\tau_{jk}, r_k \in R_+ \quad (5)$$

$\tau_{jk}$  k araç için varış zamanı,  $\alpha_i$  zaman penceresinin ihlal edilip edilmediğini gösteren bir 0-1 değişkendir,  $d_{ij}$  i düğümünden j düğümüne olan mesafeler,  $r_k$  k aracın rota süresini temsil eder. Denklem (1) rücu maliyetini hesaplar. Denklem (2), her düğümdeki varış zamanlarını temsil eder. Denklem (3) bir aracın geç varmasını sağlar. Denklem (4) rota süresini hesaplar. SSSARP için yapılan bazı çalışmalar aşağıda verilmektedir.

Malandraki ve Daskin (1992: 185) çalışmalarında seyahat sürelerindeki değişkenliğin potansiyel nedenlerini iki bileşene ayırmışlardır. İlk bileşen saatteki günlük, haftalık veya mevsimsel döngülerden kaynaklanan zamansal varyasyonları kapsar. Ortalama trafik hacmi bu varyasyonları tekrarlayıcı nitelikte olduğu için zamana bağlı seyahat süreleri dahil edilerek belirleyici olarak modellenebilir. Varyasyonların ikinci bileşeni kazalar, hava koşulları veya diğer rastgele olaylardan kaynaklanmaktadır. Ayrıca servis sürelerinde değişkenlik gözlemlenebilir. Bu değişkenlik, köşe çıkışlarını ve sonuç olarak ortaya çıkan seyahat sürelerini etkilemektedir.

Reyes-Rubiano vd. (2019:3-4) çalışmalarında hem sürüş menzili kısıtlamalarının hem de stokastik seyahat sürelerinin dikkate alındığı gerçekçi bir araç rotalama problemini analiz etmektedirler. Bu nedenle, temel amaç yük dağıtım planını tamamlamak için gerekli olan zaman tabanlı maliyeti en aza indirmektir. Güvenilir rotalama planları tasarlamak için simheuristic bir algoritma önermektedirler.

Sampaio vd. (2019) çalışmalarında stokastikliğin seyahat zamanlarındaki belirsizlikten kaynaklandığını ve problemi iki aşamalı stokastik bir model olarak formüle etmişlerdir. Sezgisel bir çözüm elde etmek için senaryoya dayalı örnek ortalama bir yaklaşım önermişlerdir. Beklenen seyahat sürelerini kullanan bir deterministik çözüm yaklaşımına kıyasla çözüm yaklaşımının etkisini değerlendirmek için yapılan çeşitli deneylerle, ortalama % 30'dan fazla maliyet tasarrufu elde edilebileceğini göstermişlerdir.

#### 4. Araç Rotalama Problemleri İçin Çözüm Yöntemleri

**Tablo 2:** Araç Rotalama Problemi İçin Çözüm Yöntemleri

Araç Rotalama Problemi Çözüm Yöntemleri									
Kesin Çözüm Yön.			Sezgisel Yöntemler						
Dal ve Kesme Yön.	Min. K-Ağaç Yön.	Dinamik Programlama	Klasik Sez. Yön.				Meta Sez. Yön.		
Tasarruf Yön.	Süpürme Yön.	2-opt Algoritması	Gel. Petal Sez.	Tavlama Ben.	Genetik algoritmalar	Yapay Sinir Ağ.	Tabu Arama	Karınca Al.	

Araç rotalama problemleri için araştırmacılar tarafından çeşitli çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Çözüm yöntemleri en uygun çözümü sağlayıp sağlamadığına göre kesin ve sezgisel yöntemler olmak üzere iki gruba ayrılır. Araç rotalama problemi için kullanılan belli başlı çözüm yöntemleri Tablo 2'de gösterilmektedir (Düzakın & Demircioğlu, 2009). Sonraki kısımda bu yöntemlerde bazı değişiklikler ve eklemeler yapılarak yaygın kullanılan çözüm yöntemleri açıklanacaktır.

#### 4.1 Kesin Çözüm Yöntemleri

ARP için kesin çözüm yöntemleri, GSP'nin çözüm yöntemlerinin daha da geliştirilmesi ile elde edilmiştir. Kesin çözüm yöntemleri en iyi çözümleri bulmaktadır; fakat genellikle çok büyük çaplı problemlerin çözümü oldukça uzun zaman almaktadır. Kesin çözüm yöntemlerinin özellikleri matematiksel programlamaya dayalı çözümler bulup ve optimal sonuç vermesidir (Şeker, 2007). Yaygın kullanılan kesin çözüm yöntemleri aşağıda sunulmuştur:

Dal Kesme Yöntemi, dal-sınır ve kesme düzlemi yöntemlerinin aynı anda kullanılması ile geliştirilmiş yöntemdir. Problemin oluşturduğu model doğrusal programlama ile çözülür ve oluşacak alt turlar sıfıra eşitlenerek problem dallara ayrılır. En iyi çözümde kesme düzlemi algoritması kullanılarak en iyi çözüm için gerekli değişkenler tamsayı yapılır. Tam sayılı çözüm bulunduğu veya daha fazla kesme düzlemi kalmayınca çözüm sona erdirilir (Kızıloğlu, 2017).

Minimum K-Ağaç Yöntemi  $n + k$  kenar kümesinin, G grafiğini  $n + 1$  nokta ile kapsamaları olarak tanımlanır. Problem kapasite kısıtlarını ve bütün noktaların yalnızca bir kez ziyaret edilmesi kısıtlarını sağlayarak minimum K-ağaç maliyetini hesaplayacak şekilde modellenir (Düzakın & Demircioğlu, 2009).

Dinamik Programlama; temel olarak, çözüm yaklaşımı problemin tamamını veya belli bir bölümünü parçalara böler ve parça çözümlerini sonraki alt parçanın girdisi olarak kabul eder. Alt problemlerin her biri için bir optimal çözüm bulunur ve bu çözümler problemin kesin çözümüne eklenerek kesin çözüme ulaşılabilir (Kurul, 2013).

#### 4.2 Sezgisel Yöntemler

ARP, NP-zor bileşenli problemler olduğundan optimal çözümü elde etmek çok uzun zaman almaktadır. Ayrıca ARP'de kısıt sayılarının artması ile problem oldukça karmaşık hale gelmektedir ve problemin optimal çözümüne ulaşmak zorlaşmaktadır. Bu sebeple literatürde problemin çözümündeki sezgisel yöntemler en iyi çözüme yakın değerler verdiği için ve daha kısa sürede çözüm sağladığından bu yöntemler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Ekizler, 2011) Sezgisel yöntemler klasik sezgisel yöntemler ve meta sezgisel yöntemler olarak sınıflandırılabilir.

##### 4.2.1 Klasik Sezgisel Yöntemler

Bu kısımda ARP için üretilen literatürdeki bazı klasik sezgisel yöntemlerden bahsedilecektir.

Tasarruf algoritması Clarke ve Wright 1964 yılında ARP'yi çözmek için geliştirmişlerdir. Tasarruf algoritmasında bir depo ve birden fazla dağıtım noktası olur. En büyük tasarruf değerinden başlamak kaydı ile rotalar oluşturulur ve rota birleştirilmesine izin verilerek optimal çözüme ulaşmaya çalışılır (Ulutaş vd., 2017:185-186).

Süpürme yöntemi, depoda merkezlenmiş bir ışın döndürülerek kapasite veya güzergah uzunluğu sınırına ulaşılan kadar müşterileri bir araç güzergahına kademeli olarak dahil ederek uygulanabilir güzergahlar oluşturulur. Daha sonra yeni bir rota başlatılır ve tüm düzlem süpürülünceye kadar işlem tekrarlanır (Cordeau vd., 2002).

2-opt algoritması, temelde tur döngüsünde iki kenarın silinmesi ve iki parçaya ayrılan turun maliyetleri azaltarak, farklı olarak birleştirilmesi şeklinde tanımlanabilir. Bu süreç, ikili değişikliklerin çözümü iyileştiremediği yere kadar devam ettirilir (Keskintürk vd., 2016).

Süpürme algoritmasının gerçek bir uzantısı olan petal sezgiseli muhtemel rotaların büyük bir setini oluşturur ve bir dizi bölümlene problemini çözümlenerek son alt kümeyi seçer (Kurul, 2013).

#### 4.2.2. Meta Sezgisel Yöntemler

Bu yöntemler, Genetik Algoritma (GA), Yapay Sinir Ağları (YSA), Tabu Arama (TA) ve Tavlama Benzetim (TB) yöntemleri ile çözüm kümesini araştırırlar. Genellikle bu yöntemler klasik sezgisel yöntemlere göre daha iyi sonuç vermesine karşın çözüm zamanları çok daha fazladır.

Tavlama benzetimi ısıtılan metallerin soğutulması sürecine benzetilmekte ve bu şekliyle doğal bir işleme dayanmaktadır. Tavlama benzetimi, yerel bir minimum noktadan kaçmanın bir yolu olarak mevcut bir çözümde kısmen bozulmalar oluşturan arama hareketlerini kabul eden olasılıksal bir meta-araştırma algoritmasıdır (Çaybaşı, 2019).

Genetik algoritmalar doğal evrimi taklit ederek potansiyel çözümler bulmaya çalışır. Algoritma, bir dizi aday çözümden başlar. Genetik operatörler uygulayarak ebeveyn çözümlerinin belirli özelliklerini miras alan yeni çözümler yaratılır. Son olarak, bu aday çözümler arasında potansiyel çözümleri seçer (Beliën vd., 2014).

Yapay Sinir Ağı (YSA) ağırlıklandırılmış bağlarla birleştirilen esas noktalardan oluşan bir ağı içerir. Noktalar temel hesaplamaları gerçekleştirebilecek, ağırlıklandırılmış verilerin toplamından oluşan, eşik veya sapma olarak belirtilen kısıtın eklenmesi ile takip edilen hesaplama aşamalarını ifade eder. Birim hesaplanmasından sonra çıktı elde edilir. Bu çıktı dışa dönük bağlantılara sahip düğümler için girdi olarak kullanılır. Ağın genel işlevi, gerekli girdi-çıkıtı ilişkisine benzer; düğümlerin hesaplarının ortalaması ile belli ağ dizilimine ulaşmaktır (Ekizler, 2011).

Tabu arama buluşsal yöntemi, standart bir yerel arama prosedürü kullanarak keşfedilmemiş arama alanındaki bölgeleri araştırır (Beliën vd., 2014: 78-79).

Karınca kolonisi optimizasyonu, karıncaların yiyecek aramalarındaki davranışlarını simüle eder. Karıncalar yiyecek aradığında, diğer karıncalar tarafından kısa yolu belirlemek için kullanılan feromon denen bir salgı üretir. Sonunda, en kısa yol, bu yolla koloniye geri dönen karıncaların feromon izini daha uzun bir yol seçen karıncalardan daha erken yenileyeceği şekilde kurulur (Han & Ponce Cueto, 2015: 345).

#### Sonuç

Araç Rotalama Problemi, dağıtım yönetiminin merkezinde yer alan tedarik zincirinin en son aşaması olan ürün dağıtım esnasında ortaya çıkan optimizasyon problemleridir. Deterministik problemlerin yanı sıra gerçekliği daha iyi yansıtan modellerin oluşturulması açısından son zamanlardaki çalışmalarda, sistemdeki belirsizlikleri dikkate alan stokastik yaklaşımlar da dikkat çekmektedir. Bu doğrultuda çalışmamızda araç rotalama problemlerinin son zamanlardaki durumunu hem teorik hem de uygulama açısından daha iyi analiz eden bilimsel çalışmalar incelenmiştir. Bu problemin önemi, problemler için geliştirilmiş modellerin analizi ve çözüm yöntemleri (Keskintürk vd., 2015; Gendreau vd., 1996; Desticioğlu & Özyörük, 2019; Düzakın & Demircioğlu, 2009) bu çalışmalarda ele alınmıştır. Belirtilen çalışmalarda araç rotalama problemleri deterministik veya stokastik olarak ayrı ayrı incelenmiştir. Araştırmalarımız süresince deterministik ve stokastik ARP'ye bağlı matematiksel modeller ve onların çözüm yöntemleri arasındaki benzerlik ve farkları öne çıkaran bir literatür özetine ihtiyaç duyulduğu kanaatine varılmıştır. Bu doğrultuda yapılan makale çalışmasında araç rotalama problemlerinin seyrine, ele alınan modellerin çeşitliliğine ve çözüm yöntemlerinin gelişimine deterministik ve stokastik durumları karşılaştırarak dikkat çekilmiştir. ARP ve SARP araştırmalarında ele alınan modellerin uygulanması için teorik altyapının yanı sıra özel çözüm yöntemlerinin geliştirilmesine de ihtiyaç duyulduğu tespit edilmiştir. Belirtilen hususu dikkate alarak incelenen modellerin çözümleri için kullanılan kesin ve sezgisel yöntemleri içeren çalışmalar incelenmiştir.

---

**Kaynakça**

- Ağayeva, Ç., Alpaslan, M. & Tuna, G. (2016). *Stokastik programlama metotlarının mühendislik uygulamaları* (1506F531), Anadolu Üniversitesi.
- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. & Orlin J. B. (1993). *Network flows: theory, algorithms, and applications*, Prentice-Hall.
- Alparslan, M.T. (2019). *Araç rotalama problemleri için matematiksel modeller ve subgradyant temelli çözüm yaklaşımı* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Eskişehir Teknik Üniversitesi Lisansüstü Eğitim Enstitüsü.
- Applegate, D. L., Bixby, R. E., Chvatal, V. & Cook, W. J. (2006). *The traveling salesman problem: a computational study*. Princeton University Press.
- Atasagun, G. C. & Karaoğlu, İ. (2019). Zaman bağımlı eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemi için bir matematiksel model. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 34(4), 1743-1756. <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.571515>
- Atasagun, G. C. (2015). *Zaman bağımlı eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemi* [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi] Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Atmaca, E. (2012). Bir kargo şirketinde araç rotalama problemi. *Tübav Bilim Dergisi*, 5(2), 12-27.
- Aydoğdu, B. (2017). *Dinamik eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi için matematiksel model ve sezgisel yaklaşımlar* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Azimli, A. (2011). *Matematiksel optimizasyon*. Papatya Yayıncılık.
- Baradaran, V., Shafaei, A. & Hosseinian, A. H. (2019). Stochastic vehicle routing problem with heterogeneous vehicles and multiple prioritized time windows: Mathematical modeling and solution approach. *Computers & Industrial Engineering*, 131, 187-199. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2019.03.047>.
- Beliën, J., De Boeck, L. & Van Ackere, J. (2014). Municipal solid waste collection and management problems: a literature review. *Transportation Science*, 48(1), 78-102. <https://doi.org/10.1287/trsc.1120.0448>.
- Baykoç, Ö. F. & İşleyen, S. K. (2007). Stokastik talepli araç rotalama problemi için şans kısıtı yaklaşımı. *Teknoloji*, 10(1), 31-39
- Bramel, J. & Simchi-Levi, D. (1997). *The logic of logistics: theory, algorithms, and applications for logistics management* (pp. 175-240). Springer.
- Clarke, G. & Wright, J. W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. *Operations research*, 12(4), 568-581. <https://doi.org/10.1287/opre.12.4.568>
- Cordeau, J. F., Gendreau, M., Laporte, G., Potvin, J. Y. & Semet, F. (2002). A guide to vehicle routing heuristics. *Journal of the Operational Research society*, 53(5), 512-522. <https://doi.org/10.1057/palgrave.jors.2601319>
- Corberán, A., Martí, R. & Romero, A. (2000). Heuristics for the mixed rural postman problem. *Computers & Operations Research*, 27(2), 183-203. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00031-3](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00031-3)
- Cömert, S. E., Yazgan, H. R. & Görgülü, N. (2019). Eş zamanlı topla dağıt araç rotalama problemi için iki aşamalı bir çözüm yöntemi önerisi. *International Journal of Advances in Engineering and Pure Sciences*, 31(2), 107-117. <https://doi.org/10.7240/jeps.461528>

- Çaybaşı, G. (2019). *Evde sağlık hizmetleri araç rotalama problemi için uygulama tasarımı önerisi* [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi] Gümüşhane Üniversitesi, Sosyal Bilimler.
- Çebi, S. & Yıldırım, B. (2020). Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için sezgisel yöntemler: E-ticaret tedarikçilerine yönelik bir uygulama. *Uluslararası İktisadi ve İdari İncelemeler Dergisi*, Prof. Dr. Talha Ustasüleyman Özel Sayısı, 185-206. <https://doi.org/10.18092/ulikidince.581841>
- Çomaklı Sökmen, Ö. & Yılmaz, M. (2020). Stokastik parametre değerlerine sahip hiyerarşik çimli postacı problemi ve bir uygulama . *Journal of the Institute of Science and Technology*, 10 (4) , 2520-2531. <https://doi.org/10.21597/jist.777939>
- Dantzig, G., Fulkerson, R. & Johnson, S. (1954). Solution of a large-scale traveling-salesman problem. *Journal of The Operations Research Society of America*, 2(4), 393-410. <https://doi.org/10.1287/opre.2.4.393>
- Dantzig, G. B. & Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management Science*, 6(1), 80-91. <https://doi.org/10.1287/mnsc.6.1.80>
- Desticioğlu, B. & Özyörük, B. (2019). Stokastik talepli araç rotalama problemi için literatür taraması. *savunma Bilimleri Dergisi*, 18(36), 181-222. <https://doi.org/10.17134/khosbd.642156>,
- Dror, M. (2002). Vehicle routing with stochastic demands: Models & computational methods. In *Modeling Uncertainty* (pp. 625-649). Springer.
- Dişkaya, F. (2018). *Yeşil lojistik yönetiminde ulusal karayolu yük taşımacılığı araç rotalama optimizasyonu* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Dündar, H. (2020). *Sürdürülebilir şehir içi dinamik arp üzerine bir karar destek sistemi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Düzakın, E. & Demircioğlu, M. (2009). Araç rotalama problemleri ve çözüm yöntemleri. *Çukurova Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 13(1), 68-87.
- Eksioglu, B., Vural, A. V. & Reisman, A. (2009). The vehicle routing problem: A taxonomic review. *Computers & Industrial Engineering*, 57(4), 1472-1483. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2009.05.009>
- Ekizler, H. (2011). *Araç rotalama probleminin çözümünde karınca kolonisi optimizasyonu algoritmasının kullanılması*, [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi] İstanbul Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Errico, F., Desaulniers, G., Gendreau, M., Rei, W. & Rousseau, L. M. (2018). The vehicle routing problem with hard time windows and stochastic service times. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 7(3), 223-251. <https://doi.org/10.1007/s13676-016-0101-4>
- Gendreau, M., Laporte, G. & Séguin, R. (1996). Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 88(1), 3-12. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00050-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00050-X)
- Gültepe, A. (2011). *Stokastik eş zamanlı topla-dağıt araç rotalama problemi için melez yaklaşım: Diferansiyel evrim algoritması* [Yayımlanmış yüksek lisan tezi]. Başkent Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Han, H. & Ponce Cueto, E. (2015). Waste collection vehicle routing problem: Literature review. *PROMET-Traffic & Transportation*, 27(4), 345-358. <https://doi.org/10.7307/ptt.v27i4.1616>

- Hillier, F. S. & Lieberman, G. J. (1995). *Introduction to mathematical programming*. McGraw-Hill.
- Joe, W. & Lau, H. C. (2020). Deep reinforcement learning approach to solve dynamic vehicle routing problem with stochastic customers. *In Proceedings of the International Conference on Automated Planning and Scheduling* 30,394-402.
- Jin, M., Liu, K. & Eksioğlu, B. (2008). A column generation approach for the split delivery vehicle routing problem. *Operations Research Letters*, 36(2), 265-270. <https://doi.org/10.1016/j.orl.2007.05.012>
- Kayacı Çodur, M. & Yılmaz, M. (2020). A time-dependent hierarchical Chinese postman problem. *Cent Eur J Oper Res* 28, 337-366. <https://doi.org/10.1007/s10100-018-0598-8>
- Keskintürk, T., Topuk, N. & Özyeşil, O. (2015). Araç rotalama problemleri ve çözüm yöntemleri. *İşletme Bilimi Dergisi*, 3(2), 77-107.
- Keskintürk, T., Kiremitci, B. & Kiremitci, S. (2016). 2-Opt algoritması ve başlangıç çözümünün algoritma sonuçları üzerindeki etkisi. *Endüstri Mühendisliği*, 27(3), 2-12.
- Kulaç, S. & Çağıl, G. (2019). Bir iç lojistik sistem probleminin, araç rotalama çözüm yöntemleri ile iyileştirilmesi. *Uluslararası Mühendislik Araştırma ve Geliştirme Dergisi*, 11(2), 528-541. <https://doi.org/10.29137/umagd.495518>
- Kızıloğlu, K. (2017). *Stokastik talepli çok depolu araç rotalama problemi için sezgisel bir çözüm yaklaşımı* [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi] Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kurul F. C. (2013). *Araç rotalama problemi* [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kumar, S. N. & Panneerselvam, R. (2012). A survey on the vehicle routing problem and its variants. *Scientific Reserarch* 4: 66-74. <https://doi.org/10.4236/iim.2012.43010>
- Küçük, M. K. & Çavdur, F. (2019). Zaman pencereyi bölünmüş-dağıtımlı araç rotalama ile afet sonrası yardım malzemesi dağıtımını planlaması. *Uludağ University Journal of The Faculty of Engineering*, 24(2), 127-146. <https://doi.org/10.17482/uumfd.427047>
- Laporte, G. (1992). The vehicle routing problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(3), 345-358. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(92\)90192-C](https://doi.org/10.1016/0377-2217(92)90192-C)
- Larsen, A. (2000). *The dynamic vehicle routing problem* [Doctoral dissertation] Institute of Mathematical Modelling, Technical University of Denmark.
- Lee, C. G., Epelman, M. A., White III, C. C. & Bozer, Y. A. (2006). A shortest path approach to the multiple-vehicle routing problem with split pick-ups. *Transportation research part B: Methodological*, 40(4), 265-284. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2004.11.004>
- Lei, H., Laporte, G. & Guo, B. (2012). A generalized variable neighborhood search heuristic for the capacitated vehicle routing problem with stochastic service times. *Top*, 20(1), 99-118. <https://doi.org/10.1007/s11750-011-0188-6>
- Lei, H., Laporte, G. & Guo, B. (2012). Districting for routing with stochastic customers. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(1-2), 67-85. <https://doi.org/10.1007/s13676-012-0005-x>
- Li, F., Golden, B. & Wasil, E. (2007). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & operations research*, 34(10), 2918-2930. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.11.018>

- Li, X., Tian, P. & Leung, S. C. (2010). Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: Models and algorithm. *International Journal of Production Economics*, 125(1), 137-145. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2010.01.013>
- Marinakos, Y., Iordanidou, G. R. & Marinaki, M. (2013). Particle swarm optimization for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Applied Soft Computing*, 13(4), 1693-1704. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.01.007>
- Marković, D., Petrović, G., Čojbašić, Ž. & Stanković, A. (2020). The vehicle routing problem with stochastic demands in an urban area—a case study. *Facta Universitatis, Series: Mechanical Engineering*, 18(1), 107-120. <https://doi.org/10.22190/FUME190318021M>
- Malandraki, C. & Daskin, M. S. (1992). Time dependent vehicle routing problems: Formulations, properties and heuristic algorithms. *Transportation science*, 26(3), 185-200. <https://doi.org/10.1287/trsc.26.3.185>
- Mendoza, J. E., Castanier, B., Guéret, C., Medaglia, A. L. & Velasco, N. (2010). A memetic algorithm for the multi-compartment vehicle routing problem with stochastic demands. *Computers & Operations Research*, 37(11), 1886-1898. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2009.06.015>
- Montemanni, R., Gambardella, L. M., Rizzoli, A. E. & Donati, A. V. (2003). A new algorithm for a dynamic vehicle routing problem based on ant colony system. In *Second international workshop on freight transportation and logistics*, 1(1), 27-30.
- Norouzi, N., Sadegh-Amalnick, M. & Alinaghiyan, M. (2015). Evaluating of the particle swarm optimization in a periodic vehicle routing problem. *Measurement*, 62, 162-169. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2014.10.024>
- Oyola, J., Arntzen, H. & Woodruff, D. L. (2018). The stochastic vehicle routing problem, a literature review, part I: models. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 7(3), 193-221. <https://doi.org/10.1007/s13676-016-0100-5>
- Pala, O. & Aksaraylı, M. (2018). Çok amaçlı kapasite kısıtlı araç rotalama problemi çözümünde bir karınca kolonisi optimizasyon algoritması yaklaşımı. *Alphanumeric Journal*, 6(1), 37-48. <https://doi.org/10.17093/alphanumeric.366852>
- Reyes-Rubiano, L., Ferone, D., Juan, A. A. & Faulin, J. (2019). A simheuristic for routing electric vehicles with limited driving ranges and stochastic travel times. *SORT*, 1, 3-24. <https://doi.org/10.2436/20.8080.02.77>
- Taha, H. A. (2013). *Operations research: an introduction*. Pearson Education India.
- Salavati-Khoshghalb, M., Gendreau, M., Jabali, O. & Rei, W. (2019). A rule-based recourse for the vehicle routing problem with stochastic demands. *Transportation Science*, 53(5), 1334-1353. <https://doi.org/10.1287/trsc.2018.0876>
- Salavati-Khoshghalb, M., Gendreau, M., Jabali, O. & Rei, W. (2019). An exact algorithm to solve the vehicle routing problem with stochastic demands under an optimal restocking policy. *European Journal of Operational Research*, 273(1), 175-189. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.07.039>
- Sampaio, A., Kinable, J., Veenturf, L. P. & Woensel, T. V. (2019). A scenario-based approach for the vehicle routing problem with roaming delivery locations under stochastic travel times. *Optimization Online*.
- Shapiro, A., Dentcheva, D. & Ruszczyński, A. (2014). *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. Society for Industrial and Applied Mathematics.

- Sörensen, K. & Sevaux, M. (2009). A practical approach for robust and flexible vehicle routing using metaheuristics and Monte Carlo sampling. *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 8(4), 387-407.
- Şahin, Y. & Karagül, K. (2019). Gezgin satıcı probleminin melez akışkan genetik algoritma (MAGA) kullanarak çözümü. *Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 25(1), 106-114. <https://doi.org/10.5505/pajes.2018.81084>
- Şeker, Ş. (2007). *Araç rotalama problemleri ve zaman pencereli stokastik araç rotalama problemine genetik algoritma yaklaşımı* [Yayımlanmamış yüksek lisan tezi]. Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Toth, P. & Vigo, D. (2002). *The vehicle routing problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Toth, P. & Vigo, D. (Eds.). (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Ulutaş, A., Bayrakçıl, A. O. & Kutlu, B. (2017). Araç rotalama probleminin tasarruf algoritması ile çözümü: sivas'ta bir ekmek fırını için uygulama. *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 18(1), 185-197.
- Werner, A. (2005). *Bilevel stochastic programming problems: Analysis and Application to Telecommunications*.
- Yeun L. C., Ismail W. R., Omar K. & Zirour M. (2008). Vehicle routing problem: models and solutions. *Journal of Quality Measurement and Analysis JQMA*, 4(1), 205-218.
- Zhang, D., Cai, S., Ye, F., Si, Y. W. & Nguyen, T. T. (2017). A hybrid algorithm for a vehicle routing problem with realistic constraints. *Information Sciences*, 394, 167-182. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2017.02.028>
- Zhou, F., He, Y. & Zhou, L. (2019). Last mile delivery with stochastic travel times considering dual services. *IEEE Access*, 7, 159013-159021. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2019.2950442>